

Metody numeryczne

Jan Rodziewicz-Bielewicz, Wydział Informatyki ZUT

November 17, 2020

1 Całkowanie i różniczkowanie numeryczne.

1. Obliczyć pochodne korzystając (tam, gdzie to możliwe) z wzoru centralnego z krokiem $h = 1$ oraz $h = 2$:

(a)

x_i	1	2	3	4	5	6
$f(x_i)$	2	4	6	8	10	12

(b)

x_i	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x_i)$	16	9	4	1	0	1	4	9	16

(c)

x_i	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x_i)$	-64	-27	-8	-1	0	1	8	27	64

2. Nie korzystając z wzoru Taylora wykazać, że jeżeli funkcja jest różniczkowalna, to istnieje pochodna symetryczna:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

3. Uzasadnić wzory:

(a) $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ (wokół punktu $x_0 = 0$)

(b) $\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$ (wokół punktu $x_0 = 0$)

(c) $\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$ (wokół punktu $x_0 = 0$)

(d) $\ln x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} (x-1)^n$ (wokół punktu $x_0 = 1$, zbieżny w przedziale $[0, 2]$)

4. Napisać 4 pierwsze wyrazy szeregu Taylora, rozwijając wokół dowolnego punktu $x_0 \in \mathbb{R}$:

(a) e^x

(b) $\sin x$

(c) $\cos x$

5. Obliczyć całki metodą prostokątów, trapezów i parabol:

(a) $\int_1^7 2x dx$

(b) $\int_{-4}^4 x^2 dx$

(c) $\int_{-4}^4 x^3 dx$

References

- [1] D. Kincaid, *Analiza numeryczna*. WNT, 2005.