Metody numeryczne

Jan Rodziewicz-Bielewicz, Wydział Informatyki ZUT

October 12, 2020

1 Rachunek błędów.

1. Oszacować dokładność przybliżenia liczby e z wykorzystaniem wzoru Taylora dla:
   (a) 4 składników
   (b) 5 składników
   (c) 6 składników
2. Dla jakich wartości x funkcja $sin(x)$ jest przybliżana wielomianem $x - \frac{x^3}{6}$ z błędem nie większym niż 0,01?
3. Obliczyć z zadaną dokładnością:
   (a) e z dokładnością 10^{-3}
   (b) e^2 z dokładnością 10^{-3}
   (c) $ln 1{,}5$ z dokładnością 10^{-3}
4. Korzystając z wzoru Taylora z resztą stopnia 2, pokazać że $1 + x \leq e^x$ dla dowolnego $x \in \mathbb{R}$.
5. Ile wyrazów szeregu $ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \ldots$ potrzebnych jest do obliczenia $ln\, 2$ z dokładnością 0,01?
6. Wykonać obliczenia w arytmetyce zmiennoprzecinkowej (podstawa 10, $m \in [1, 10)$, $c \in \{-10, 10\}$, długość mantysy - 5 cyfr po przecinku). Podać błąd względny:
   (a) $2{,}54 \cdot 10^3 + 2{,}36 \cdot 10^2$
   (b) $2{,}59123 \cdot 10^3$ - $1{,}65 \cdot 10^{-6}$
7. Uzasadnić, że $\forall x \in \mathbb{R}_+$ przy zaokrągleniu do n cyfr po przecinku zachodzi $|x - \widetilde{x}| \leq \frac{1}{2}10^{-n}$
8. Uzasadnić, że błąd obcięcia może być dwukrotnie większy niż błąd zaokrąglenia.
9. Sprawdzić, których aksjomatów ciała nie spełnia typ double.
10. Oszacować błąd algorytmu dodawania:
    (a) 2 liczb
    (b) 3 liczb
11. Zaproponować modyfikację algorytmu dodawania n liczb, tak aby błędy obliczeń były jak najmniejsze.
12. Podać przykład szeregu, który na komputerze z 8 bitami na cechę i 23 bitami na mantysę będzie:
    (a) numerycznie zbieżny, mimo że jest analitycznie rozbieżny
    (b) numerycznie rozbieżny (Inf jako suma), mimo że jest analitycznie zbieżny

References

[1] D. Kincaid, *Analiza numeryczna.* WNT, 2005.