# Systemy ekspertowe

## Wykład 4

## Reprezentacja wiedzy

## Probabilistyczne wyrażanie niepewności — sieci Bayes'a

Joanna Kołodziejczyk

7 maja 2020

# Plan wykładu

# Pochodzenie niepewności

## Niepewność wiedzy podstawowej

np.. pewne przyczyny chorób są nieznane i nie są prezentowane w podstawach wiedzy medycznej.

## Niepewność działań

Chcąc wykonać działanie można przedstawić listę warunków początkowych, spełnienie, których pozwoli na jego wykonanie. Zazwyczaj lista jest krótka. „Pełna" lista faktów do uwzględnienia jest przytłaczająco długa.

## Niepewność postrzegania

np.. czujniki nie podają dokładnej informacji o świecie i system nigdy nie wie wszystkiego o swoim położeniu. W dodatku do czujników dociera szum.

# Systemy działające z niepewnością

## Wnioskowanie niemonotoniczne

np.. Zakładam, że samochód nie ma dziury w oponie. W związku z tym mogę wnioskować, że dojadę do pracy.
Problemem we wnioskowaniu niemonotonicznym jest określenie, które założenia są poprawne, jak radzić sobie ze sprzecznościami powstałymi w wyniki wprowadzenia nowego założenia.

## Zastosowanie współczynników wiarygodności

Zastosowanie w MYCIN np. reguły: zraszacz $\Rightarrow$ mokra trawa ($cf = 0.99$). Wyraża na ile wiarygodny jest fakt czy reguła w skali [-1,1].

# Systemy działające z niepewnością

## Prawdopodobieństwo

Dobry dla systemów z danymi, w których można obliczyć prawdopodobieństwo zdarzeń. Wartości prawdopodobieństwa wykorzystuje się jako stopień przekonania (degree of belief).

## Logika rozmyta

Wyraża w skali $[0, 1]$ stopień prawdziwości (degree of truth) i nie powinien być mylony z intuicyjnym dla nas probabilistycznym szacowaniem przekonania.

# Plan wykładu

# Czy to się uda?

Cherniak in „Bayesian Networks without Tears"

„Nevertheless, despite what seems to be their obvious importance, the ideas and techniques have not spread much beyond the research community responsible for them. This is probably because the ideas and techniques are not that easy to understand."

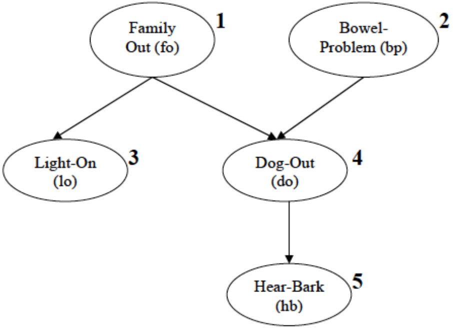
# Przykład

Przykład pokazujący próbę zbudowania modelu sytuacji, w której wyodrębnia się związki przyczynowo-skutkowe. Zdarzenie i fakty/dowody nie zawsze są kompletne (niepewność), i możemy opisać je probabilistycznie.

## Opis sytuacji

- Pan X wracając wieczorem do domu chciałby wiedzieć czy ktoś jest w domu.
- Żona wychodząc z domu zostawia zapalone światło nad drzwiami wejściowymi.
- Jednakże zapala też światło, gdy spodziewa się gości.
- Pan X ma psa. Gdy nie ma nikogo w domu, to pies biega przed domem.
- Pies biega przed domem, gdy cierpi na niestrawność.
- Jeżeli pies jest wypuszczony, to pan X powinien usłyszeć jego warczenie (lub coś co wydaje się być warczeniem).
- Czasami może pomylić swojego psa z innymi psami słysząc ich warczenie.

# Diagram do przykładu




Sieć pokazuje zależność przyczynowo-skutkową i można dzięki niej:

- przewidzieć co się stanie (jeśli rodzina jest poza domem, pies jest wypuszczony)
- wnioskować z obserwowanych przyczyn efekt (obserwuję, że świeci się światło i pies jest wypuszczony — wnioskuję: rodzina jest poza domem).

# Dyskusja przykładu

1. Związki przyczynowe nie są bezwzględne. Bywa, że wszyscy wyjdą z domu i nie zostawią zapalonego światła lub nie wypuszczą psa.
2. W takich wypadkach SB nadal działa. Czy powinno się domniemywać, że nikogo nie ma w domu, gdy światło jest zapalone, ale nie słychać psa? A co w przypadku, gdy słychać psa, ale światło jest zgaszone?
3. Jeżeli znane są odpowiednie prawdopodobieństwa warunkowe to będzie można dokonywać wnioskowania o dowolnych zależnościach w grafie.
4. NIestety, w rzeczywistości nie zawsze będzie możliwe uzyskanie prawdopodobieństw dla wszystkich możliwych kombinacji zdarzeń (rozkład łączny).
5. Sieci Bayes'a pozwalają na wnioskowanie z małego zestawu prawdopodobieństw, odnoszących się jedynie sąsiednich węzłów.

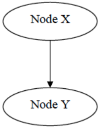
# Sieci Bayesowskie

## Belief networks

Sieci Bayes'a *Bayesian networks* lub sieci probabilistyczne, sieci przyczynowe to popularna struktura grafu acyklicznego wykorzystywana we wnioskowaniu w warunkach niepewności z wykorzystaniem prawdopodobieństwa.

## Zalety

- Umożliwienie zwarą reprezentację łącznego rozkładu reguł opartych na zmiennych.
- Możliwość reprezentacji niezależności relacji pomiędzy krawędziami i zmiennymi losowymi.



# Sieci Bayesowskie

Jest to graf, który można zdefiniować jako:

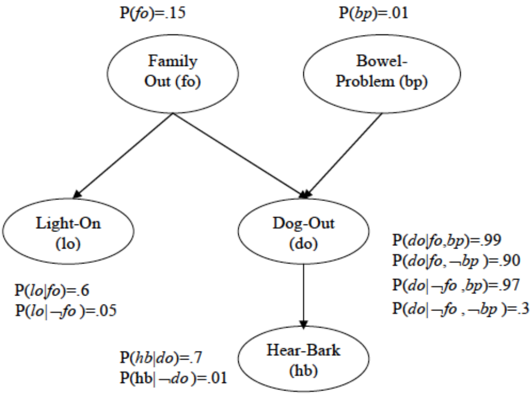
- Zmienne losowe tworzą węzły w sieci. Zmienne losowe mogą być binarne (trzęsienie ziemi: tak lub nie), dyskretne (trzęsienie ziemi: no-quake, trembler, rattler, major, and catastrophe) oraz ciągłe (trzęsienie ziemi: w skali Richtera).
- Zbiór skierowanych krawędzi łączących pary węzłów.
- Strzałka z węzła $X$ do $Y$ oznacza, że $X$ jest rodzicem $Y$ i $X$ ma bezpośredni wpływ na $Y$.
- Każdy węzeł w korzeniu ma tablicę prawdopodobieństw a priori. Pozostałe węzły mają przypisane CPT (conditional probability table) tablicę prawdopodobieństw warunkowych. CTP wyraża liczbowo wpływ jaki mają rodzice na węzły potomne.
- W grafie nie ma cykli, czyli jest to acykliczny graf skierowany DAG.

# Więcej o krawędziach

## Niezależność

1. W sieciach Bayes'a krawędzie wyrażają zależności pomiędzy zmiennymi losowymi.
2. Założenie to implikuje jakie rozkłady prawdopodobieństw są niezbędne do wykonania wnioskowania.
3. Zdarzenie jest niezależne od wszystkich zdarzeń, które nie są jego potomkami.

# Schemat sieci dla przykładu z rozkładami



# Wnioskowanie

## Na czym polega?

Podaje prawdopodobieństwo zdarzenia lub podaje prawdopodobieństwo zdarzenia jeżeli zaobserwowane są inne zdarzenia.

- Można obliczyć (ewaluować SB) prawdopodobieństwa warunkowego węzła przy założeniu, że zdarzenia z innych węzłów zostały zaobserwowane (dowód) (zmienne przyjęła wartość).
- Na przykład, zauważono, że światło się świeci ($lo = true$), ale nie słychać psa ($hb = false$), to $P(fo|lo, \neg hb) = 0.5$)
- W rzeczywistych przypadkach, sieci mają tysiące węzłów, które mogą być ewaluowane wielokrotnie, za każdym razem, gdy pojawia się nowy dowód.

# Krawędzie w grafie i ich interpretacja

## Niezależność

1. W sieciach Bayes'a krawędzie wyrażają zależności pomiędzy zmiennymi losowymi.
2. Założenie to implikuje jakie rozkłady prawdopodobieństw są niezbędne do wykonania wnioskowania.
3. Zdarzenie jest niezależne od wszystkich innych zdarzeń, które nie są jego potomkami.

# Niezależność węzłów — dyskusja

- Zgodnie z teorią prawdopodobieństwa, by uzyskać pełny rozkład prawdopodobieństwa wymagane jest dla $n$ binarnych zmiennych losowych $2^n - 1$ łącznych rozkładów prawdopodobieństw.
- Zatem pełny rozkład dla rozpatrywanego przykładu wymagałby 31 wartości, a zostało określone tylko 10.
- Wynika to z wbudowanego założenia o niezależności.
- Zatem im większa sieć tym większy zysk, np. dla 10 węzłów pełny rozkład to 1023 wartości, a w sieci trzeba podać tylko 21 (zmienne binarne).

# Niezależność zmiennych — przykład

## Czy zmienne losowe family-out i hear-bark są niezależne?

Intuicja podpowiada, że NIE są niezależne, bo jeśli rodzina opuszcza dom, to jest bardziej prawdopodobne, że pies jest wypuszczony i usłyszymy jego warczenie.

## Czy zmienne losowe family-out i hear-bark są niezależne jeżeli dog-out?

Pytamy czy:

$$P(hb|fo, do) \stackrel{?}{=} P(hb|do)$$

Są niezależne, to, że słychać warczenie zależy tylko od zaobserwowanego faktu, że pies jest wypuszczony i nie ma nic wspólnego z tym czy ktoś jest, czy nie w domu.

# Interpretacja krawędzi

## Interpretacja przyczynowa krawędzi grafu

Nieobecność rodziny ma bezpośrednie połączenie, związek przyczynowy z byciem psa na zewnątrz, co z kolei ma bezpośredni związek z jego warczeniem, bo w grafie istnieje bezpośrednie połączenie.
Wykorzystuje się założenie niezależności, które narzuca interpretacja przyczynowa.

## Uwaga!

Gdyby chcieć uzyskać bezpośrednią zależność pomiędzy słyszeniem warczenia psa i bycia rodziny poza domem (bo pies częściej warczy, gdy rodzina jest poza domem niż jeżeli w nim pozostała), należałoby dodać bezpośrednie połączenie pomiędzy tymi węzłami.

# Zasada niezależności

## Zasada określająca zależność w sieciach Bayesa

Zmienna $a$ jest zależna od zmiennej $b$, przy danych dowodach (obserwacjach) $E = \{e_1 \dots e_n\}$, jeśli istnieje ścieżka (d-connecting) z $a$ do $b$ przy danym $E$.

- $E$ może być puste.
- $E$ nie zawiera $a$ ani $b$: $a, b \notin E$.

## Zmienne niezależne

Jeżeli $a$ nie jest zależne od $b$ przy danym $E$, to $a$ jest niezależne od $b$ przy danym $E$.

# Dyskusja

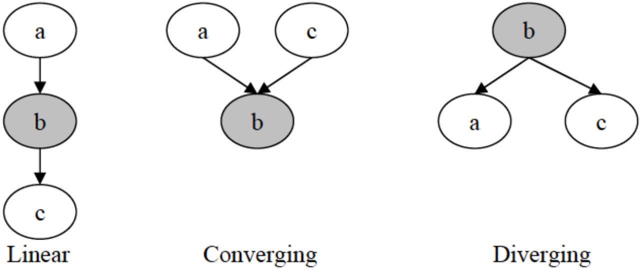
- Jeżeli $a$ i $b$ są niezależne, to mamy na myśli, że:

$$P(a|b) = P(a)$$

- Jednakże, zależność może się zmienić na skutek zaobserwowania nowej zmiennej losowej gdy pojawi się pewien dowód $e$ i wówczas:

$$P(a|b, e) \neq P(a|e)$$

# Różne możliwości połączeń węzłów




- liniowe - $b$ jest połączone liniowo ze swoimi bezpośrednimi sąsiadami $a$ i $c$
- zbieżne - $b$, oba sąsiednie węzły $a$ i $c$ są rodzicami węzła $b$
- rozbieżne - $b$ jest rodzicem dla węzłów $a$ i $c$.

# Istnienie ścieżki pomiędzy węzłami

## Definicja d-connecting

Ścieżka z węzła $q$ do $r$ jest d-connecting przy danych dowodach $E$, jeżeli każdy wewnętrzny węzeł $n$ w ścieżce ma następujące własności:

1. jest albo liniowy lub rozbieżny i nie jest elementem w $E$
2. albo jest zbieżny i $n$ lub jakikolwiek z jego potomków jest w $E$.

$\forall_{n_i}(((n_i \in Lin \vee n_i \in Div) \wedge n_i \notin E) \vee (n_i \in Con \wedge (n_i \in E \vee dec(n_i) \in E)))$

## Definicja d-separate

Dwa węzły są d-separate jeżeli nie istnieje d-connecting ścieżka pomiędzy nimi.

Innymi słowy węzły są połączone jeżeli istniej pomiędzy nimi ścieżka w grafie lub jeżeli istnieją dowody, które sprawiają, że te dwa węzły są skorelowane.

# Interpretacja d-connecting

1. Niezależność liniowa lub rozbieżna lub inaczej blokowanie przez dowód ($fo \rightarrow do \rightarrow hb$), gdy $do \in E$.
2. Niezależność połączenie zbieżne: ($fo \wedge bp \rightarrow do$) (jeśli dwa zdarzenia mogą spowodować ten sam stan rzeczy i brak innych połączeń pomiędzy nimi, to są one niezależne).
3. Zależność zbieżna: (zakłada się że $do \in E$ zatem istnieje d-connecting pomiędzy $fo$ i $bp$) (np. wiedząc, że rodzina jest w domu powinno to nieznacznie zwiększyć prawdopodobieństwo problemów gastrycznych psa, gdyż wyeliminowaliśmy najbardziej prawdopodobne zdarzenie wpływające na wypuszczenie psa.)

# Spójność wartości

Załóżmy, że podano następujące wartości:

$$P(a|b) = .7, P(b|a) = 3, \text{ i } P(b) = .5$$

# Spójność wartości

Załóżmy, że podano następujące wartości:

$$P(a|b) = .7, P(b|a) = 3, \text{ i } P(b) = .5$$

Obliczamy teraz regułę Bayesa:

$$P(a|b) = \frac{P(a)P(b|a)}{P(b)} =$$

$$P(a) = \frac{P(b)P(b|a)}{P(b|a)} = \frac{0.5 \cdot 0.7}{0.3} = \frac{0.35}{0.3} > 1$$

# Spójność rozkładu w sieci

## Spójność

Dobrą własnością sieci Bayes'a jest to, że jeśli określi się wymagane wartości (prawdopodobieństwa każdego węzła biorąc pod uwagę wszystkie możliwe kombinacje jego rodziców), to

1. wartości będą spójne
2. sieć jednoznacznie określi rozkład.

## Własność

Spójność w sieci bayesowskiej jest zagwarantowana, gdy zapewnia się spójność dla lokalnych rozkładów.

# Łączny rozkład prawdopodobieństwa

## Definicja

Łączny rozkład prawdopodobieństwa zbioru zmiennych losowych $v_1 \dots v_n$ definiuje się jako $P(v_1, \dots, v_n)$.
Czyli dla zmiennych boolowskich $(a, b)$ trzeba podać prawdopodobieństwa $P(a, b)$, $P(\neg a, b)$, $P(a, \neg b)$ i $P(\neg a, \neg b)$.

## Przykład

Dany jest łączny rozkład prawdopodobieństwa dwóch zmiennych losowych $a, b$

| | $a$ | $\neg a$ |
|---|---|---|
| $b$ | 0.04 | 0.06 |
| $\neg b$ | 0.01 | 0.89 |

Suma wszystkich łącznych prawdopodobieństw musi wynosić 1, ponieważ prawdopodobieństwo wszystkich możliwych wyników musi wynosić 1. Aby mieć pełen łączny rozkład trzeba podać $2^n - 1$ wartości.

# Sieć bayesowska jako pełna reprezentacja łącznego rozkładu prawdopodobieństwa

Dla sieci $N$ składającej się z węzłów $v_1 \ldots v_n$ prawdziwe jest, że

$$P(v_1 \ldots v_n) = P(v_1)P(v_2|v_1) \ldots P(v_n|v_1 \ldots v_{n-1})$$

### Sortowanie topologiczne węzłów

Każda zmienna jest przed swoimi potomkami.

### Rozkład łączny dla przykładu

Prawdziwy jest łączny rozkład prawdopodobieństwa w sieci bayesowkiej, przy założeniu niezależności zmiennych:

$$P(fo, bp, lo, do, hp) = P(fo)P(bp)P(lo|fo)P(do|fo\, bp)P(hb|do)$$

# Obliczanie sieci

**Cel:**

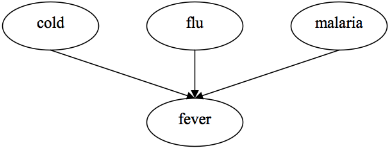
Znaleźć przekonanie (prawdopodobieństwo warunkowe), gdy dane są dowody (zaobserwowane zdarzenia). (Zadanie NP-trudne)

# Przykład

Skąd bierzemy liczby?

- wymyślane przez ekspertów
- obliczane z danych

Przykład wartości danych przez ekspertów:



# Przykład

This can be solved by using the Noisy-OR-random variables as follows –

Suppose,

| | |
|---|---|
| P(*fever* \| *cold*) = 0.4 | Noisy Parameter = 0.6 |
| P(*fever* \| *flu*) = 0.8 | Noisy Parameter = 0.2 |
| P(*fever* \| *malaria*) = 0.9 | Noisy Parameter = 0.1 |

Then

| *Cold* | *Flu* | *Malaria* | P(*fever*) | P(¬*fever*) |
|---|---|---|---|---|
| F | F | F | 0.0 | 1.0 |
| F | F | T | 0.9 | 0.1 |
| F | T | F | 0.8 | 0.2 |
| F | T | T | 0.98 | 0.02=0.2×0.1 |
| T | F | F | 0.4 | 0.6 |
| T | F | T | 0.94 | 0.06=0.6×0.1 |
| T | T | F | 0.88 | 0.12=0.6×0.2 |
| T | T | T | 0.988 | 0.012=0.6×0.2×0.1 |

# Plan wykładu

# Wykorzystana literatura (do samodzielnego studiowania)

Eugene Charniak
Bayesian Networks without Tears.
*AI MAGAZINE, WINTER 1991*

S.J. Russel, P. Norvig
Artificial Intelligence. A modern approach.
*Pearson Education wyd. 2, p.111-116*