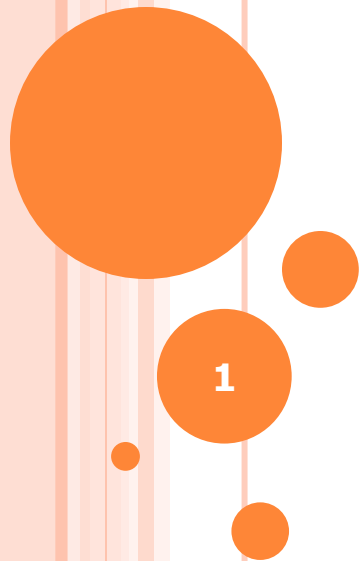


ELEMENTY SZTUCZNEJ INTELIGENCJI



1

Wstęp do logiki rozmytej

PLAN

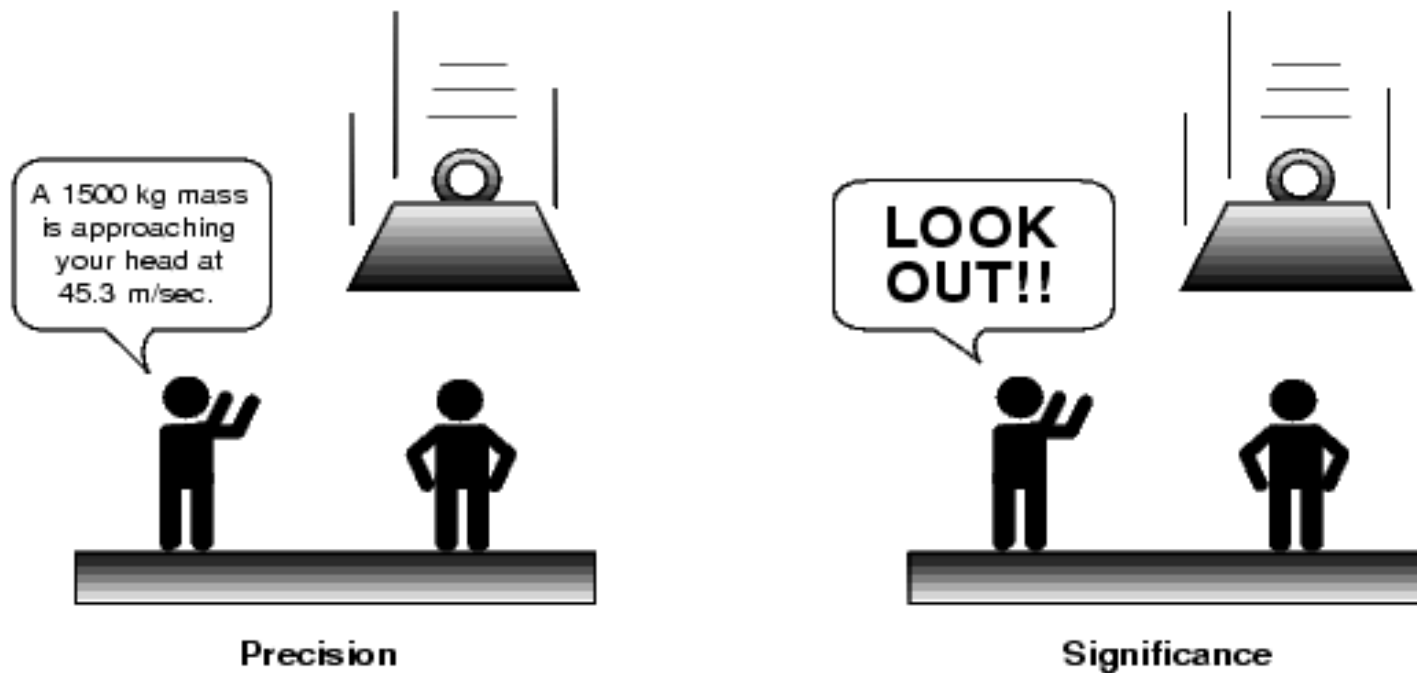
1. Co to jest myślenie rozmyte?
2. Teoria zbiorów rozmytych.
3. Zmienne lingwistyczne.
4. Reguły rozmyte.
5. Wnioskowanie rozmyte:
 1. typu Mamdani,
 2. typu Sugeno.

CO TO TAKIEGO MYŚLENIE ROZMYTE?

- Nawet eksperci używają sformułowań: „Metoda X jest **znacznie bardziej** efektywna niż metoda Y”.
- Ocenę stanów, rzeczy wykonuje się w pewnej skali stopniowania: mały, duży, wielki, niski, wysoki, bardzo wysoki, wolny, średnio wolny, szybki, itd...
- Trudno jest zatem odróżnić element danej klasy od innych.
- Logika rozmyta to logika użyta by opisywać rozmycie, a nie logika, która jest rozmyta (mętna).

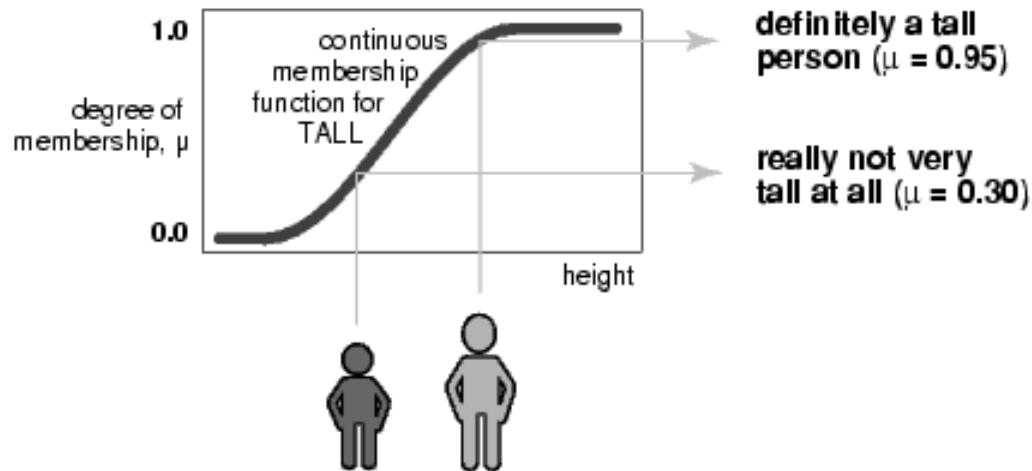
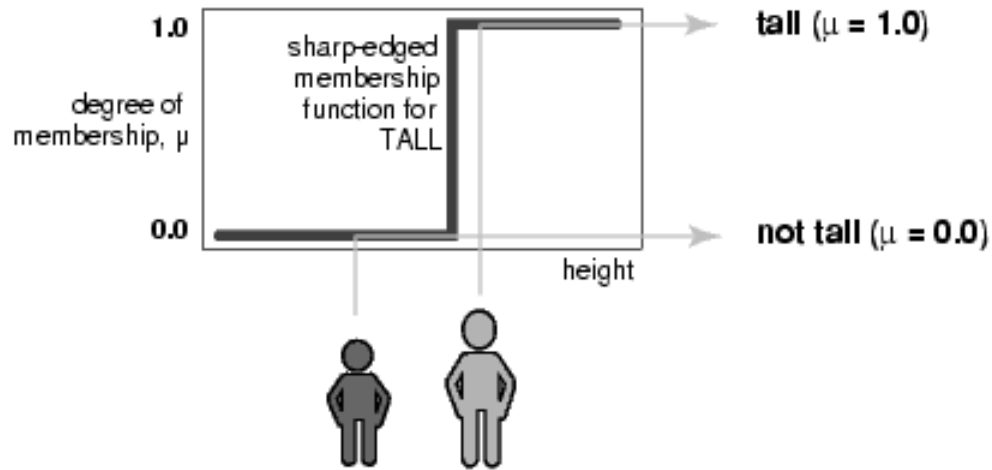
UWAGA!

Precision and Significance in the Real World

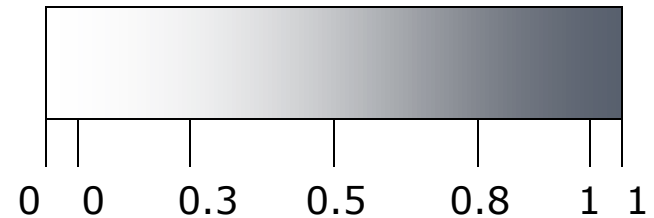
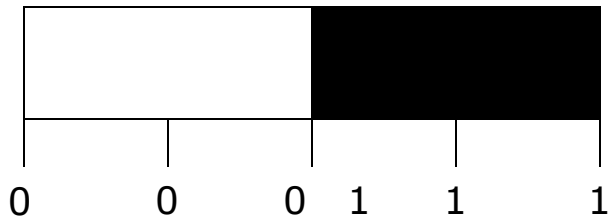


MYŚLENIE WEDŁUG LOGIKI KONWENCJONALNEJ

- Logika boolowska używa ostrego rozróżniania: albo coś jest elementem klasy, albo nie jest, np.:
 - kabel jest długi > 300 m, albo kabel krótki ≤ 300 m
 - Tomek jest wysoki, bo ma 181cm (wysoki > 180 cm)
 - Michał jest niski (nie wysoki), bo mierzy 179cm



ZAKRESY WARTOŚCI



- 0 – fałsz
- 1 – prawda
- Klasyczna logika jest specyficznym przypadkiem logiki wielowartościowej jaką jest logika rozmyta.

ZBIORY W UJĘCIU KLASYCZNYM

- Zbiór - podstawowe pojęcie w matematyce.
- X - zbiór klasyczny, x element zbioru X .
- $(x \in X)$ – x jest elementem zbioru X . Każdy element, który przynależy do zbioru ma ustawianą wartość 1.
- $(x \notin X)$ – x nie należy do zbioru X . Każdy element, który nie jest elementem zbioru ma ustawianą wartość 0.

GŁÓWNA IDEA ZBIORÓW ROZMYTYCH

- Element należy do zbioru rozmytego z pewnym **stopniem przynależności**.
- Zatem stwierdzenie może być częściowo prawdziwe lub częściowo fałszywe.
- Przynależność jest **liczbą rzeczywistą** z przedziału 0 do 1.

KLASYCZNY PRZYKŁAD

Imię	Wysokość	Stopień przynależności	
		Logika klasyczna	Rozmyta
Krzyś	208	1	1,00
Marek	205	1	1,00
Jan	198	1	0,98
Tomek	181	1	0,82
Dawid	179	0	0,78
Michał	172	0	0,24
Bartek	167	0	0,15
Staś	158	0	0,06
Piotr	155	0	0,01
Paweł	152	0	0,00

ZBIÓR ROZMYTY

- X – uniwersum, zbiór uniwersalny, przestrzeń.
- x – element uniwersum.
- Klasyczna logika definiuje funkcję charakterystyczną zbioru A : $f_A(x) \in \{0,1\}$, gdzie:

$$f_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \in A \\ 0, & \text{if } x \notin A \end{cases}$$

- Logika rozmyta definiuje funkcję przynależności zbioru A z uniwersum X : $\mu_A(x) \in [0,1]$, gdzie:

$\mu_A(x) = 1$ if x na pewno jest w A

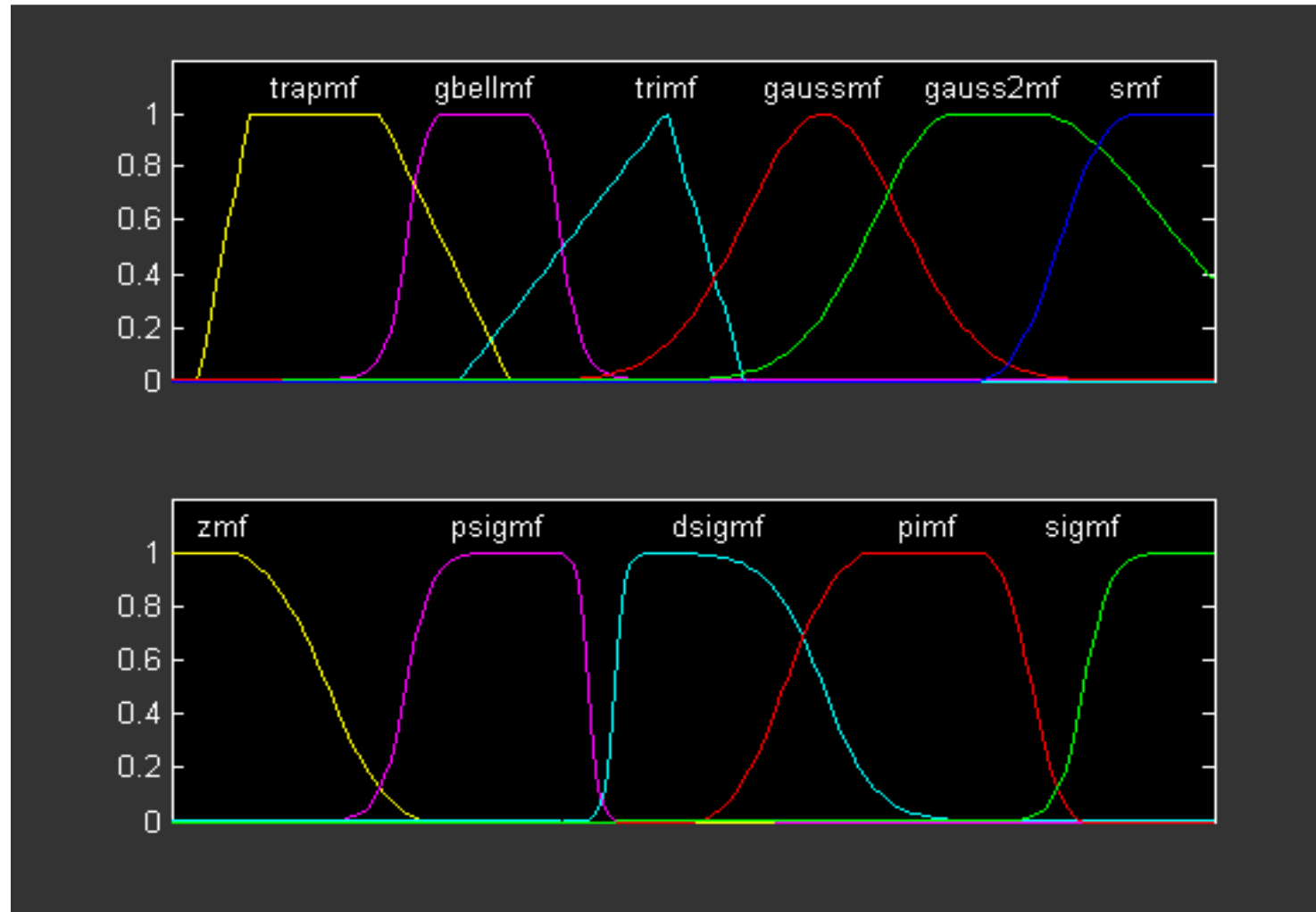
$\mu_A(x) = 0$ if x nie jest w A

$0 < \mu_A(x) < 1$ if x częściowo jest w A

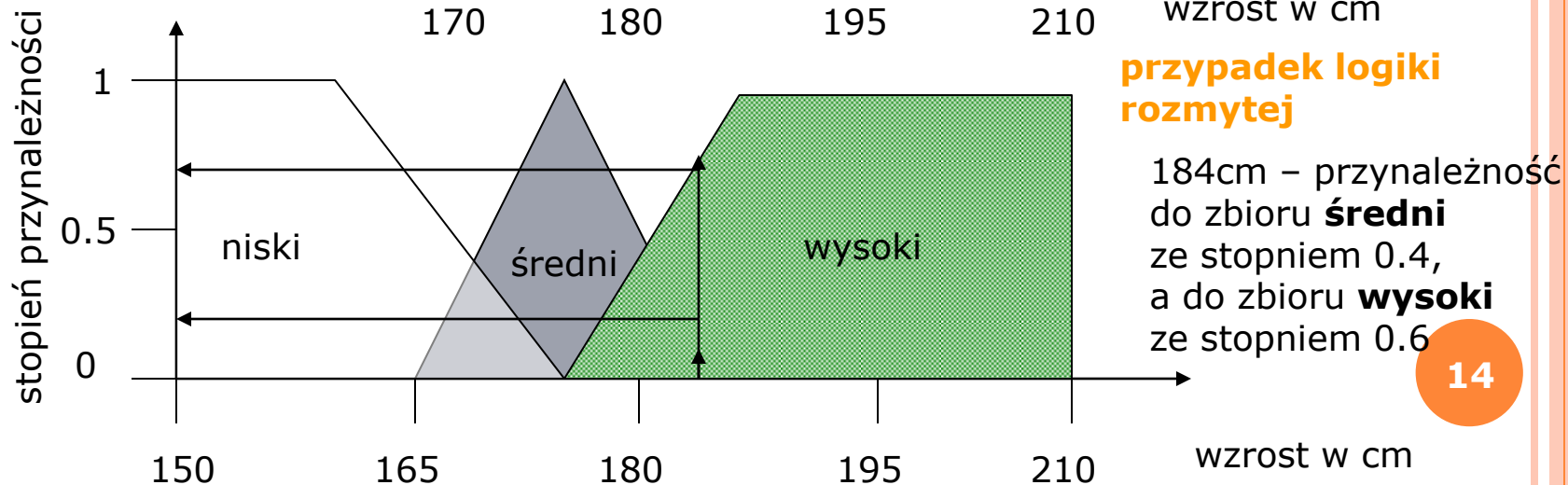
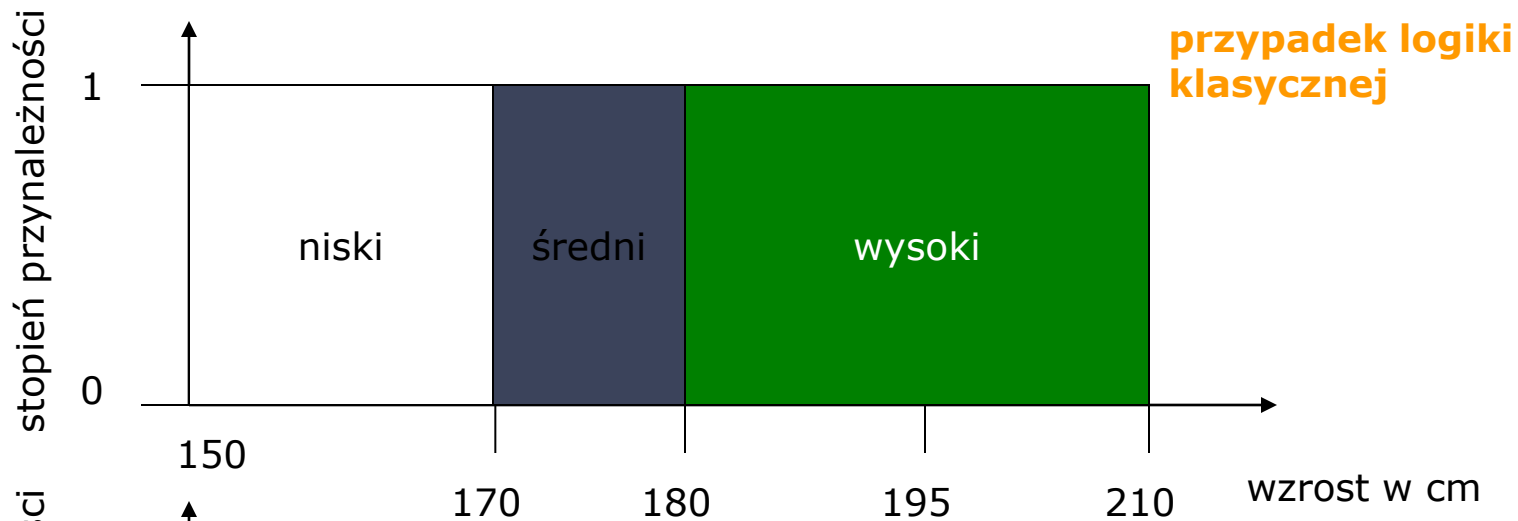
SKĄD WIADOMO JAKIE STOSOWAĆ FUNKCJE PRZYNALEŻNOŚCI?

- Od pojedynczego eksperta.
- Zbierając dane od wielu ekspertów.
- Sztuczne sieci neuronowe uczą się na dostępnych dla systemu danych i określają zbiór rozmyty.

TYPY FUNKCJI PRZYNALEŻNOŚCI



PRZYKŁAD – FUNKCJA PRZYNALEŻNOŚCI



REPREZENTACJA ZBIORU ROZMYTEGO

- Niech X jest to zbiór par: $\{x_i, \mu_A(x)\}$ {element, jego funkcja przynależności}.
- A jest podzbiorem X .
- Sposoby reprezentowania podzbioru A :

1. $A = \{ \{x_1, \mu_A(x_1)\}, \{x_2, \mu_A(x_2)\}, \dots, \{x_n, \mu_A(x_n)\} \}$

2. $A = \{ \mu_A(x_1)/x_1, \mu_A(x_2)/x_2, \dots, \mu_A(x_n)/x_n \}$

- Przykład:
 - wysoki mężczyzna=(0/180, 1/190)
 - niski mężczyzna=(1/160, 0/170)
 - średniego wzrostu mężczyzna=(0/165, 1/175, 0/185)

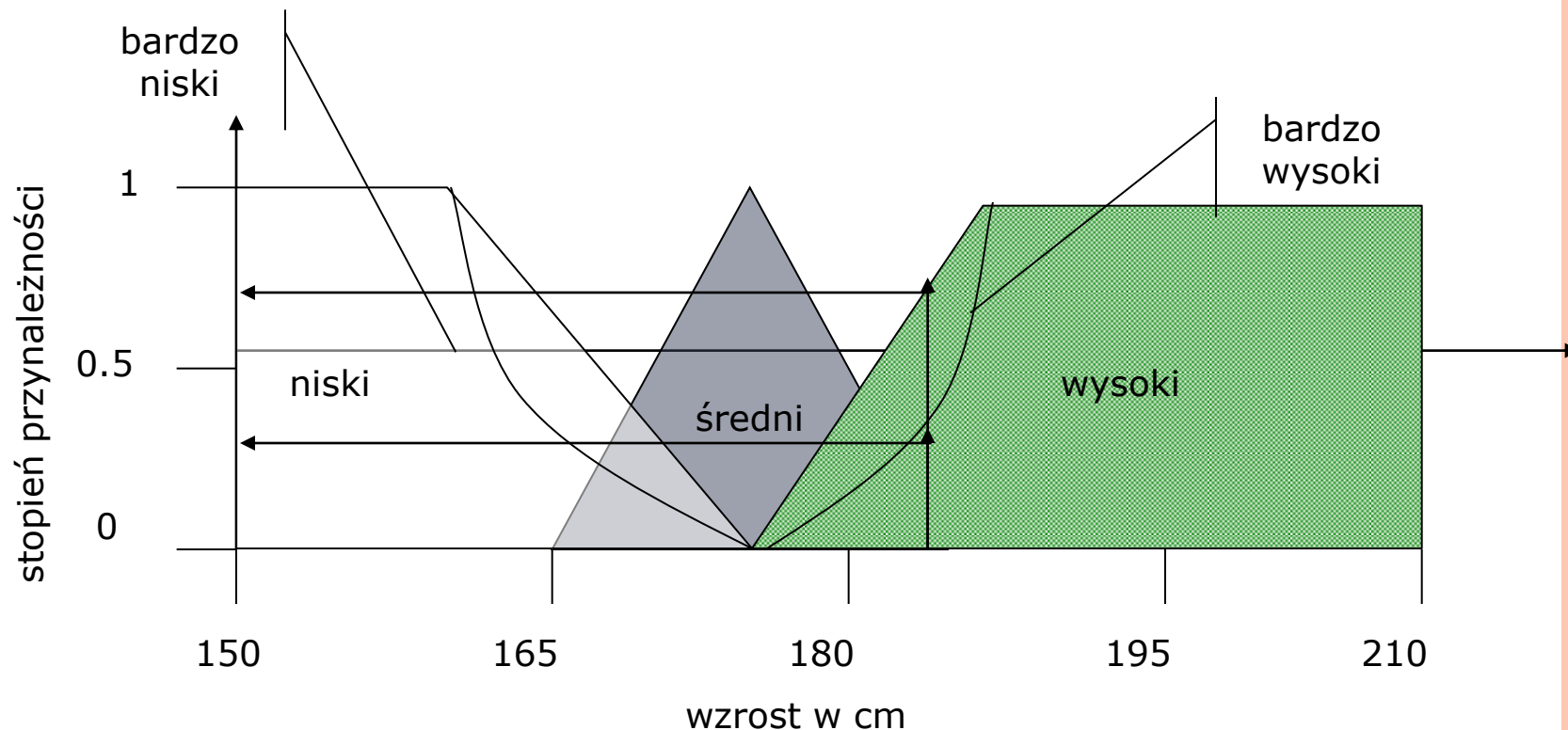
ZMIENNE LINGWISTYCZNE

- Zmienne lingwistyczne:
 - Jan jest wysoki. **Jan** przyjmuje *lingwistyczna* wartość (term) **wysoki**. [Wzrost jest zmienną lingwistyczną]
- Przykłady reguł rozmytych (na zmiennych lingwistycznych):
 - **IF** wiatr jest silny
THEN żaglowanie jest dobre
 - **IF** czas projektu jest długi
THEN ryzyko ukończenia wysokie
 - **IF** prędkość wolna
THEN droga hamowania krótka

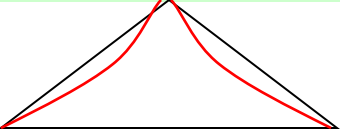
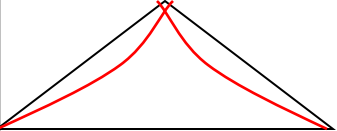
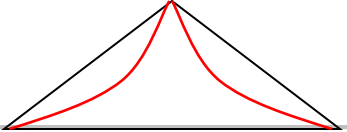
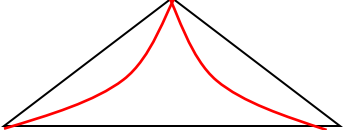
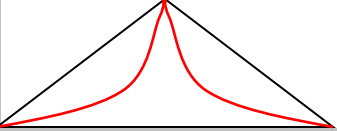
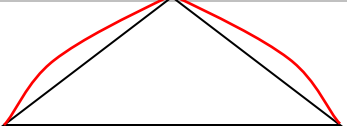
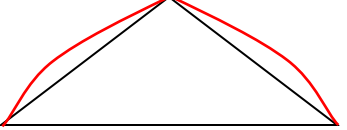
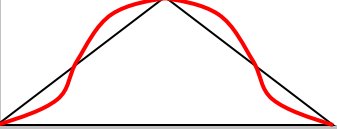
OPERACJE NA ZMIENNYCH LINGWISTYCZNYCH

- Przykład zbioru zmiennych lingwistycznych dla zmiennej **prędkość**: {wolno, średnio, szybko}
- Operacje można podzielić na grupy:
 - uniwersalne: *bardzo, całkiem, ekstremalnie*;
 - dla wartości prawda, fałsz: *prawie prawdziwe, w większości fałszywe*;
 - prawdopodobieństwo: *prawdopodobnie, niezbyt prawdopodobnie*;
 - typu: *większość, kilka, niewiele*;
 - możliwości: *prawie niemożliwe, całkiem możliwe*.
- Ich zadanie to koncentracja lub rozszerzanie wartości funkcji przynależności (np. *mniej więcej wysoki mężczyzna* ma szersze znaczenie niż *wysoki mężczyzna*).

PRZYKŁAD



- Osoba o wzroście 184cm przynależy do zbioru *wysoki* w stopniu 0.6, natomiast do zbioru *bardzo wysoki* w stopniu 0.36.

operacja	wyrażenie matematyczne	reprezentacja graficzna
mało	$[\mu_A(x)]^{1.3}$	
niewiele	$[\mu_A(x)]^{1.7}$	
bardzo	$[\mu_A(x)]^2$	
nadzwyczaj	$[\mu_A(x)]^3$	
bardzo bardzo	$[\mu_A(x)]^4$	
mniej więcej	$\sqrt{\mu_A(x)}$	
trochę	$\sqrt{\mu_A(x)}$	
istotnie	$2[\mu_A(x)]^2$ if $0 \leq \mu_A \leq 0.5$ $1 - 2[1 - \mu_A(x)]^2$ if $0.5 \leq \mu_A \leq 1$	

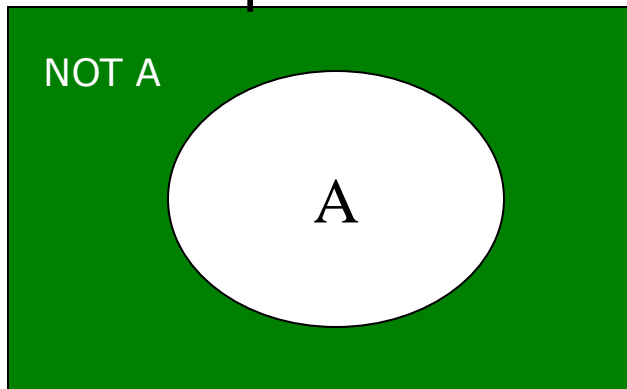
PRZYKŁAD

- Tomek należy do zbioru męczyzna wysoki w stopniu 0,86.
- W tabeli zaprezentowano odpowiednie wartości przynależności do zawężonych lub rozszerzonych zbiorów.

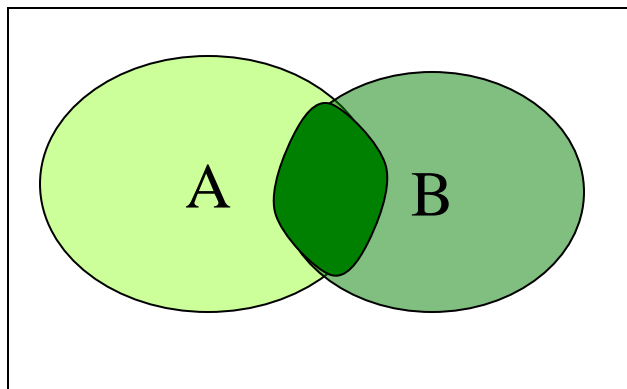
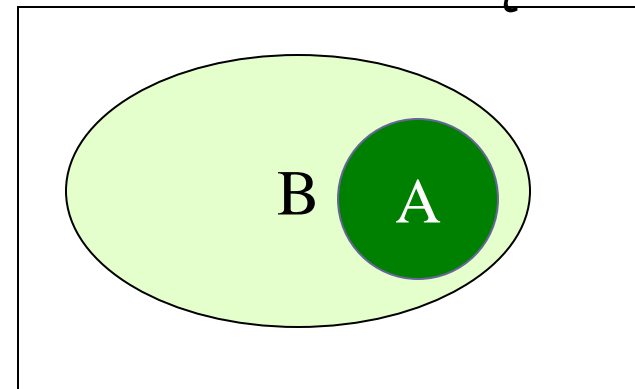
operacja	Przykład
mało	0,82
niewiele	0,77
bardzo	0,74
nadzwyczaj	0,64
bardzo bardzo	0,55
mniej więcej	0,93
trochę	0,93
istotnie	0,96

OPERACJE NA ZBIORACH KLASYCZNYCH

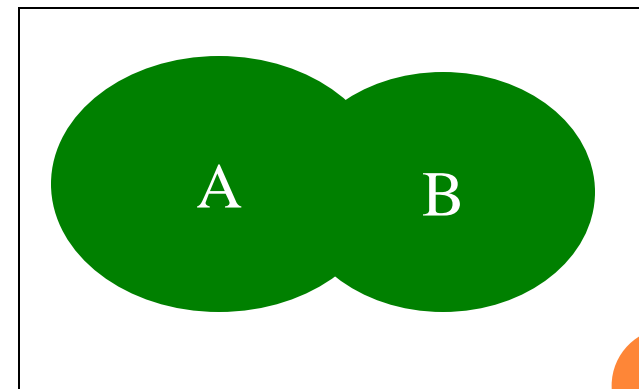
dopełnienie



zawieranie się



przecięcie

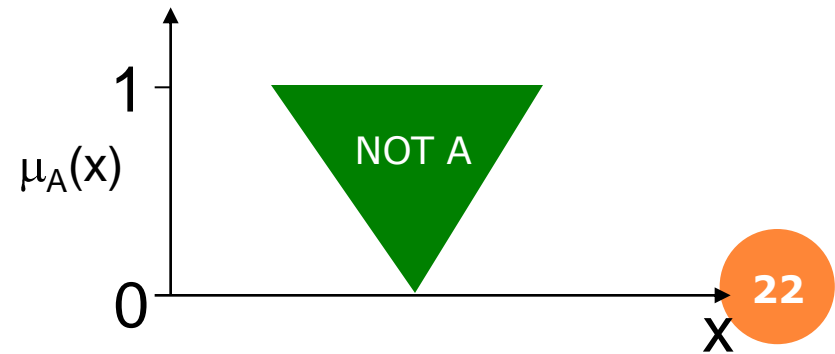
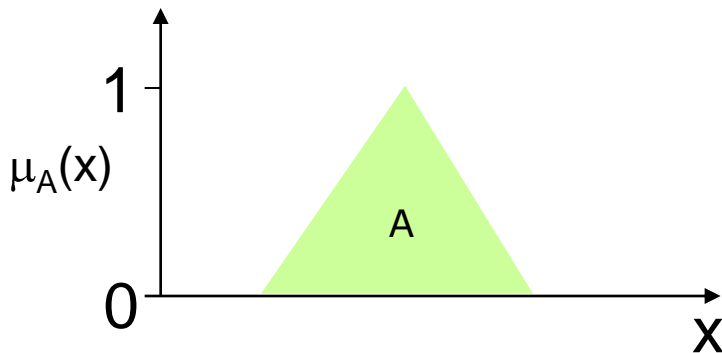


unia

DOPEŁNIENIE

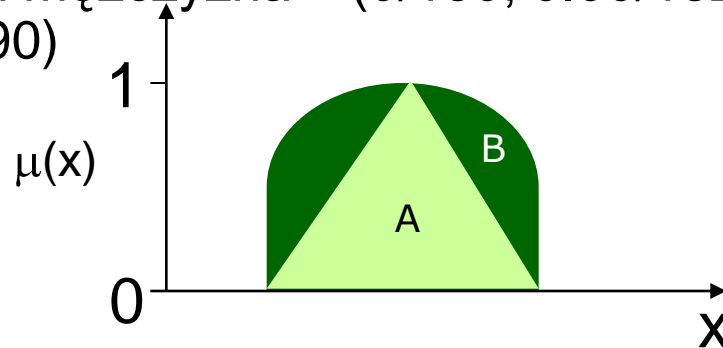
- Zbiór klasyczny: Kto/co nie należy do zbioru?
- Zbiór rozmyty: Jak bardzo element nie przynależy do zbioru?

- Przykład:
$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$$
 - wysoki mężczyzna = (0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 0.75/187, 1/190)
 - NOT wysoki mężczyzna = (1/180, 0.75/182.5, 0.5/185, 0.25/187, 0/190)



ZAWIERANIE SIĘ

- Zbiór klasyczny: Który zbiór należy do innych zbiorów?
- Zbiór rozmyty: Który zbiór rozmyty należy do innych zbiorów rozmytych?
- Przykład:
 - wysoki mężczyzna = $(0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 0.75/187, 1/190)$
 - bardzo wysoki mężczyzna = $(0/180, 0.06/182.5, 0.25/185, 0.56/187, 1/190)$



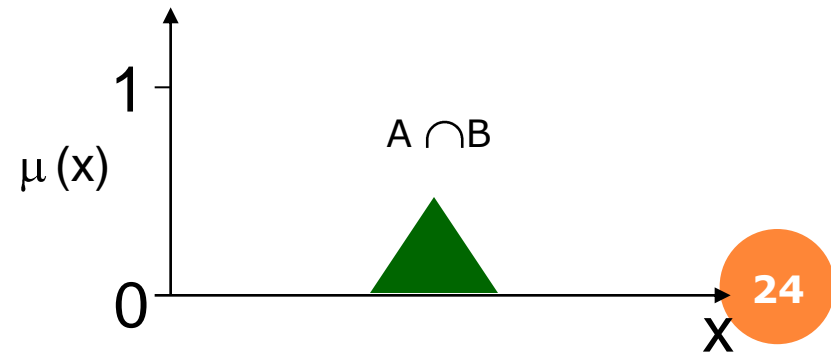
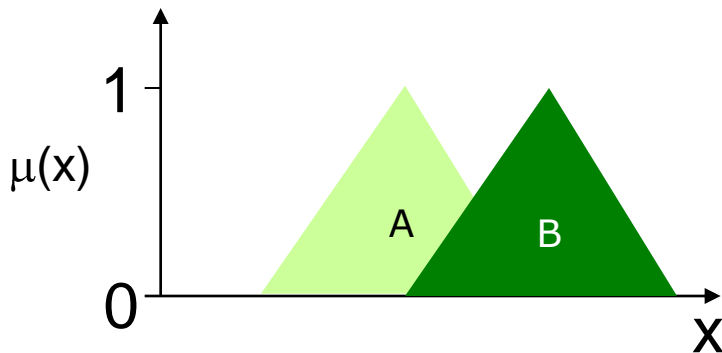
ILOCZYN

- Zbiór klasyczny: Który element należy do obu zbiorów?
- Zbiór rozmyty: Jak bardzo element przynależy do obu zbiorów rozmytych?

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \cap \mu_B(x)$$

- Przykład:

- wysoki mężczyzna = (0/165, 0/175, 0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 1/190)
- średni mężczyzna = (0/165, 1/175, 0.5/180, 0.25/182.5, 0/185, 0/190)
- wysoki mężczyzna \cap średni mężczyzna = (0/180, 0.25/182.5, 0/185)

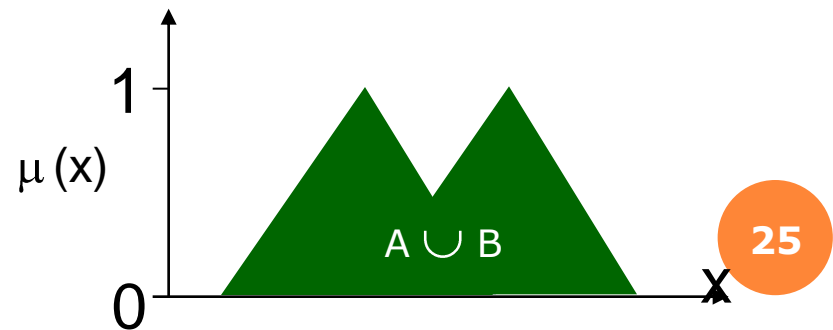
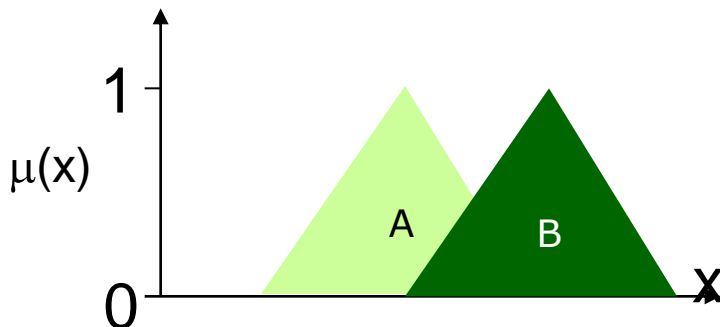


SUMA

- Zbiór klasyczny: Który element należy do jednego z, lub obu zbiorów?
- Zbiór rozmyty: Jak bardzo element przynależy do jednego z, lub obu zbiorów?

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \cup \mu_B(x)$$

- Przykład:
 - wysoki mężczyzna = (0/165, 0/175, 0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 1/190)
 - średni mężczyzna = (0/165, 1/175, 0.5/180, 0.25/182.5, 0/185, 0/190)
 - wysoki mężczyzna \cup średni mężczyzna = (0/165, 1/175, 0.5/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 1/190)



REGUŁY ROZMYTE

- IF prędkość duża
THEN droga hamowania długa
- IF prędkość mała
THEN droga hamowania krótka
- IF x jest A
THEN y jest B
 x, y – zmienne lingwistyczne,
 A, B – wartości lingwistyczne (termy),
 X, Y – uniwersa

REGUŁY ZŁOŻONE

○ Wiele przesłanek:

- **IF** czas projektu długi
AND liczba pracowników duża
AND fundusze są nieodpowiednie
THEN ryzyko duże
- **IF** jedzenie dobre
OR obsługa miła
THEN napiwek wysoki

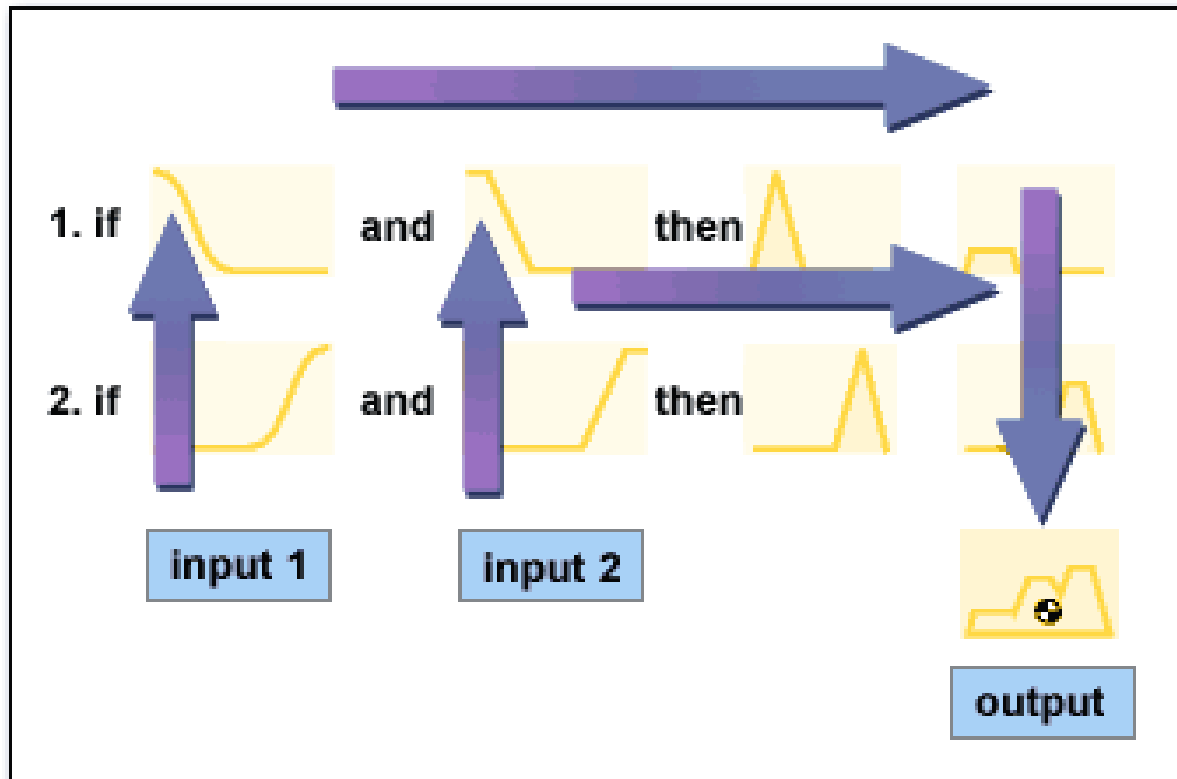
○ Wielokrotna konsekwencja:

- **IF** temperatura powietrza wysoka
THEN temperatura wody jest obniżona;
zwiększana jest zimna woda.

WNIOSKOWANIE Z REGUŁ

- **Logika klasyczna:** Jeżeli *przesłanka* (IF) jest prawdą to i implikacja jest prawdziwa.
- **Logika rozmyta:** Jeżeli *przesłanka* jest w pewnym stopniu prawdziwa, to i konsekwencja jest w pewnym stopniu prawdziwa.

WNIOSKOWANIE ROZMYTE



Interpreting the Fuzzy Inference Diagram

ETAPY W MODELU ROZMYTYM (WNIOSKOWANIE ROZMYTE)

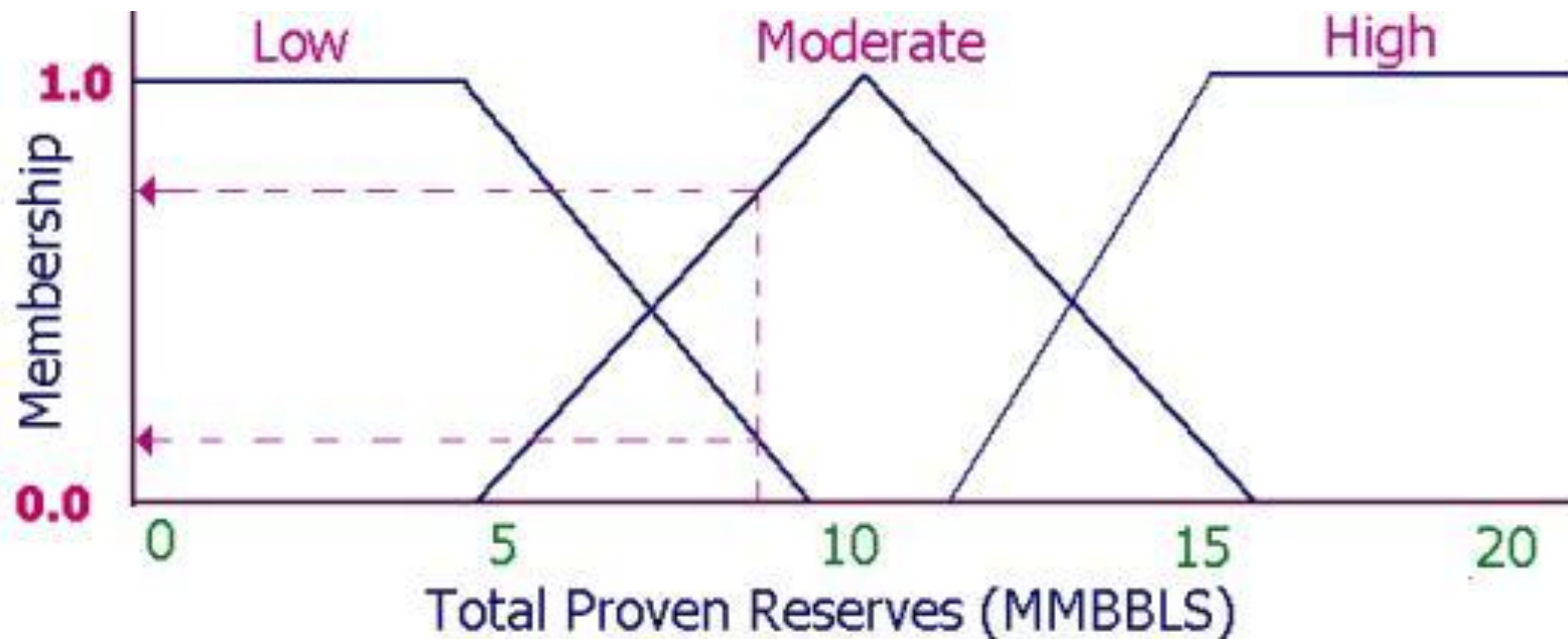
1. Czynności wstępne:
 1. Określenie reguł rozmytych.
 2. Określenie funkcji przynależności do wartości wejść i wyjść.
2. Główne kroki:
 1. Rozmycie wejść poprzez użycie funkcji przynależności (fuzyfikacja).
 2. Łączenie rozmytych przesłanek (wejść) poprzez rozmyte reguły by uzyskać rozmyte konsekwencje (z wielu reguł).
 3. Łączenie wniosków (konsekwencji), by otrzymać ostateczny rozkład wyjścia.
 4. Defuzyfikacja wyjścia (wyostrzenie) – tylko, gdy musimy uzyskać jednoznaczną odpowiedź.

PRZYKŁAD

- **Cel:** zbudować rozmyty system ekspertowy wspomagający wnioskowanie o operacjach wydobywania na podstawie:
 - cen ropy i
 - wykazanych rezerw korporacji.
- **Dane są:**
 - zbiory rozmyte dla cen ropy (wejście 1),
 - zbiory rozmyte dla wykazanych rezerw korporacji (wejście 2),
 - Zbiory rozmyte zaangażowania w operację wydobywania (wyjście).
 - Reguły postępowania przy zadanych wejściach.

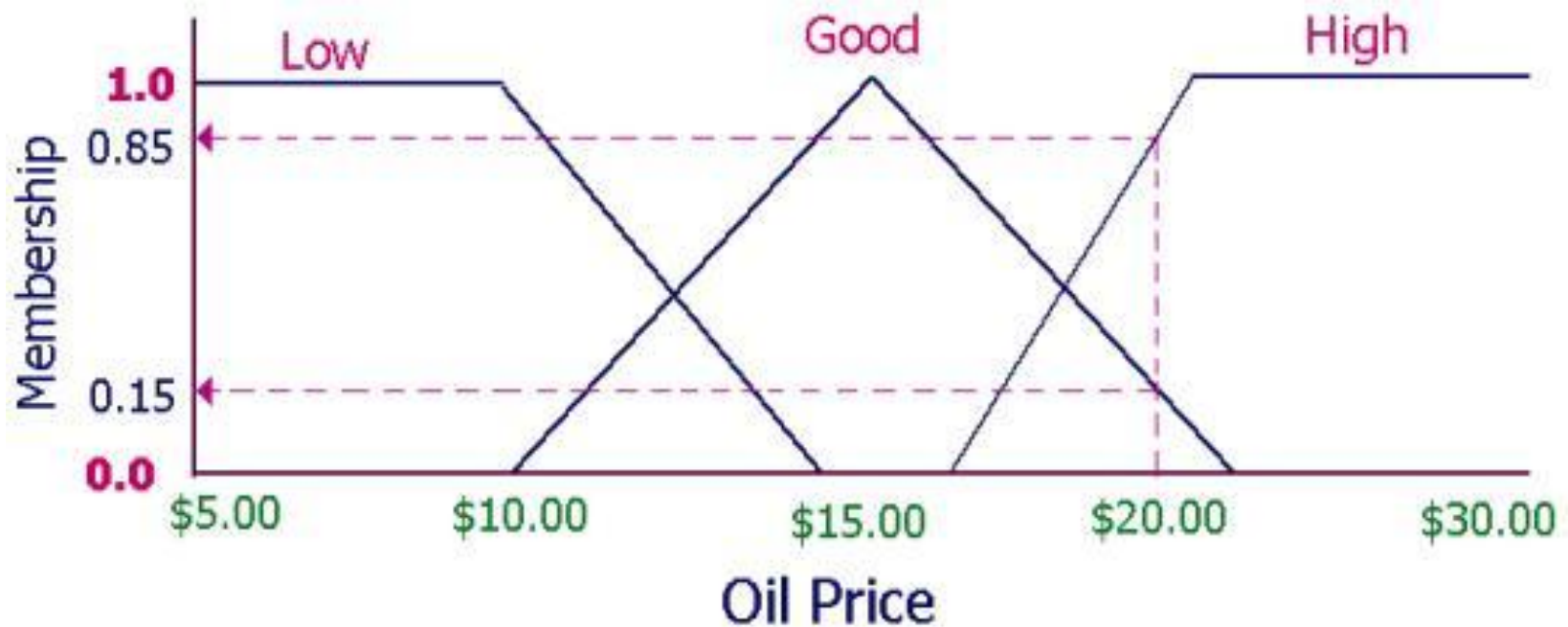
PRZYKŁAD CD.

- Wejście 1: rezerwy korporacji.



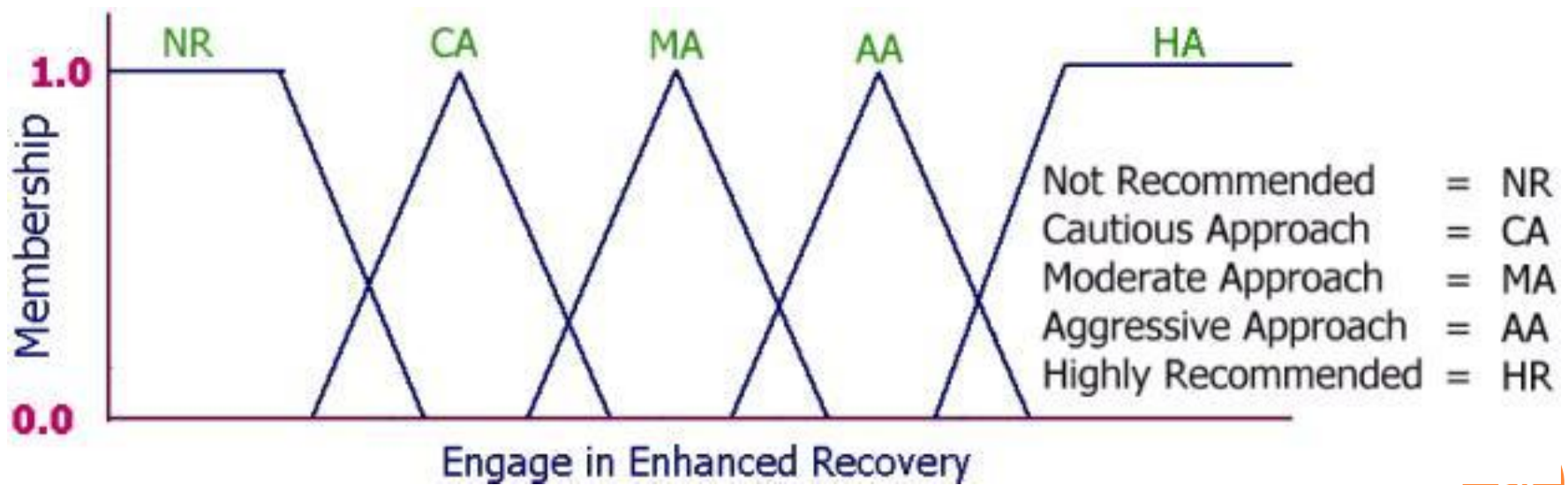
PRZYKŁAD CD.

- Wejście 2: cena ropy.



PRZYKŁAD CD.

- Wyjście: zaangażowania w operację zwiększenia wydobywania.



PRZYKŁAD CD. – REGUŁY ROZMYTE

- Reguła 1:
IF cena ropy jest wysoka
AND wykazane rezerwy są niskie
THEN zwiększenie operacji wydobywania wysoce wskazane.

Price of Oil Low Good High	Rule #1 HR	Rule #2 AA	Rule #3 MA
	Rule #4 MA	Rule #5 CA	Rule #6 CA
	Rule #7 CA	Rule #8 NR	Rule #9 NR
	Low	Moderate	High
	Total proven Reserves		

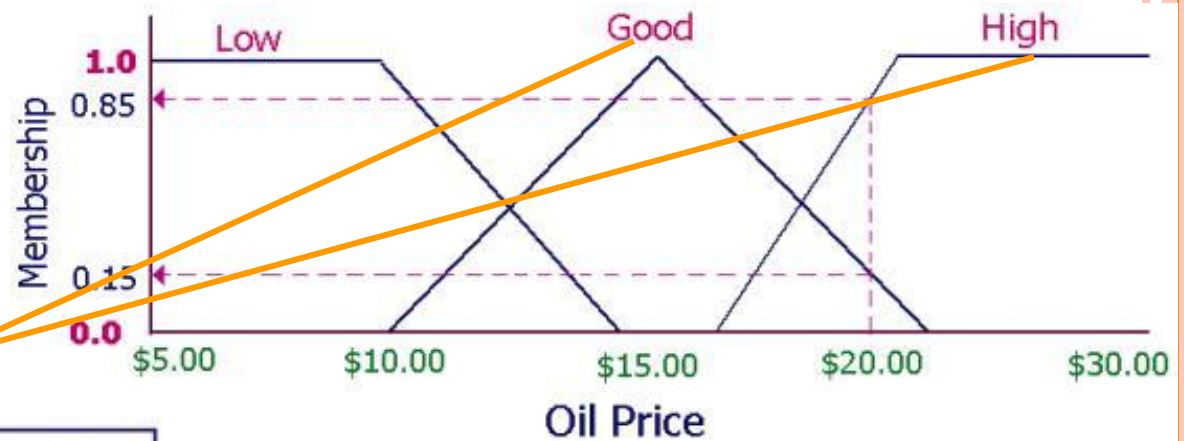
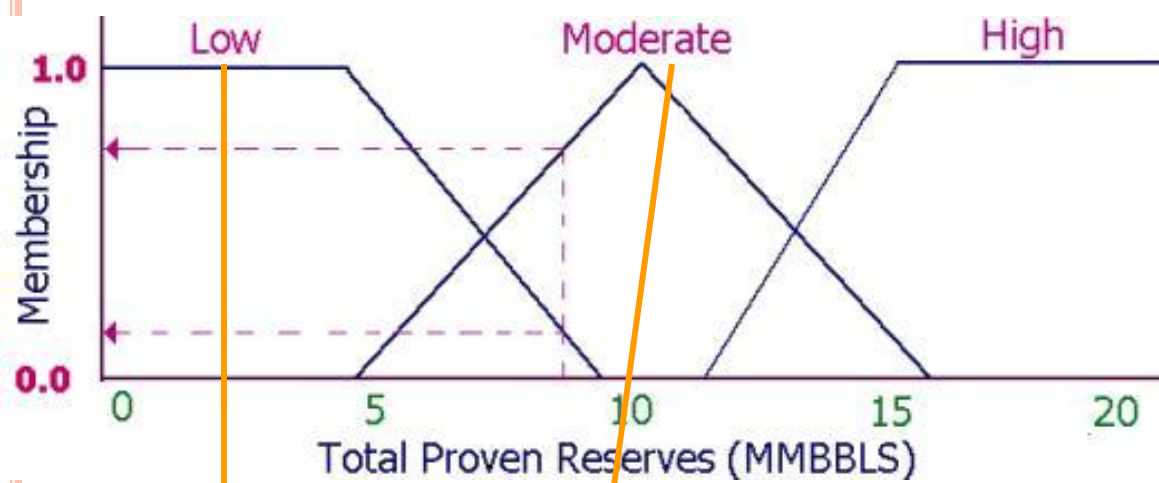
Not Recommended = NR
Cautious Approach = CA
Moderate Approach = MA
Aggressive Approach = AA
Highly Recommended = HR

CECHY WNIOSKOWANIA ROZMYTEGO

- W procesie wnioskowania kilka reguł jest odpalanych jednocześnie, co bardziej przypomina sposób analizy prowadzony przez człowieka.
- Informacje wykorzystywane są w pełni symultanicznie.

FUZYFIKACJA

- Podane są jednoznaczne (liczbowe, ostre) wejścia do systemu wnioskowania.
- Dane mogą mieć różne pochodzenie i stąd wartości.
- Każde wejście jest zamieniane na wartość rozmytą poprzez funkcję przynależności.
- Przykład: Cena ropy \$20.00 za baryłkę i zapasy korporacji wielkości 9 MMBBLs (million barrels).



Price of Oil

High

Good

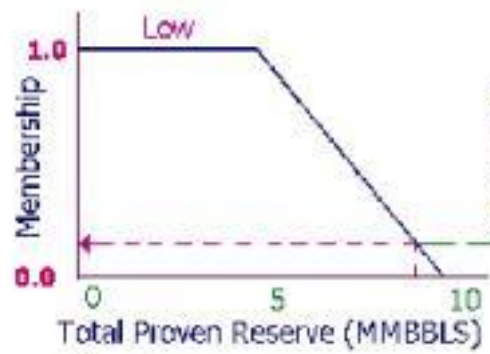
Low

Rule #1	Rule #2	Rule #3
HR	AA	MA
Rule #4	Rule #5	Rule #6
MA	CA	CA
Rule #7	Rule #8	Rule #9
CA	NR	NR
Low	Moderate	High
Total proven Reserves		

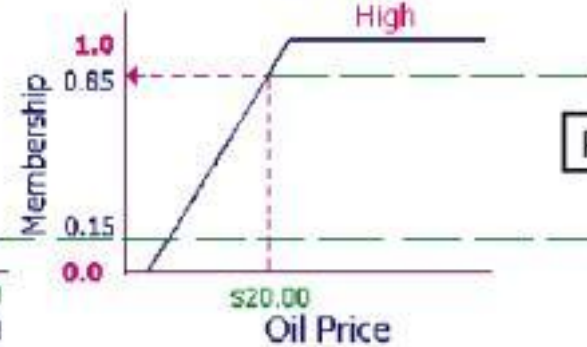
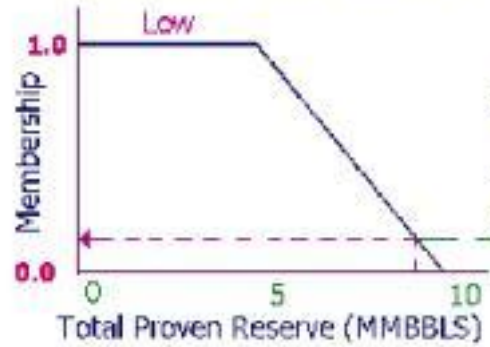
ODPALENIE REGUŁ

- Wykorzystuje się, w zależności od reguły, operatory zdefiniowane dla zbiorów rozmytych takie jak: suma (MAX), iloczyn (MIN) do składania wejść. W wyniku obliczeń powstaje zbiór rozmyty, tzw. konsekwencja.
- Różnorodność operatorów sum i iloczynów prowadzi do różnych rozwiązań.

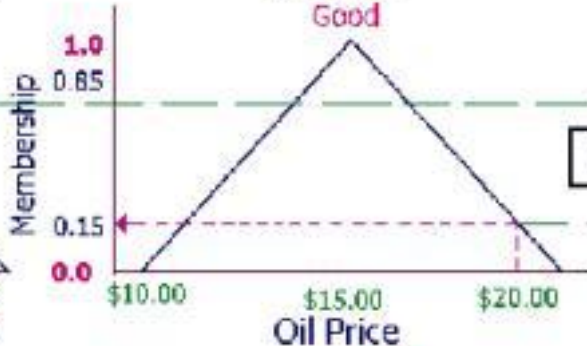
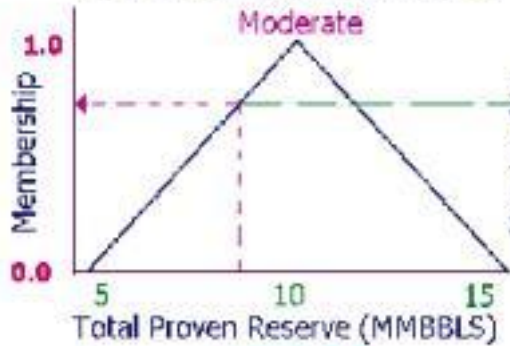
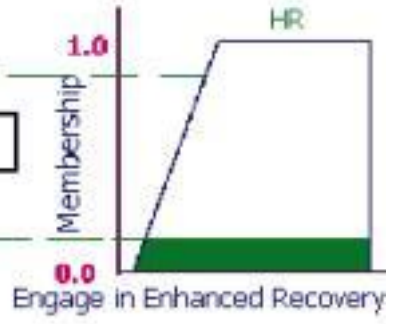
	Rule #1	Rule #2	Rule #3
High	HR	AA	MA
Good	MA	CA	CA
Low	CA	NR	NR
	Low	Moderate	High
	Total proven Reserves		



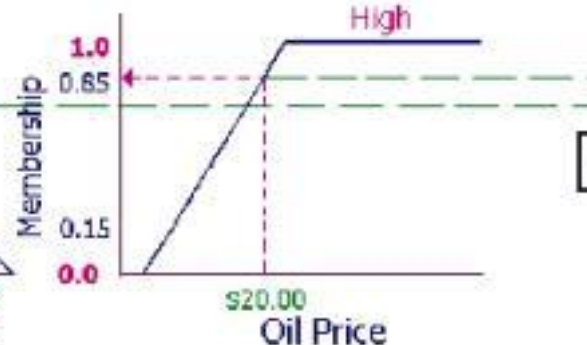
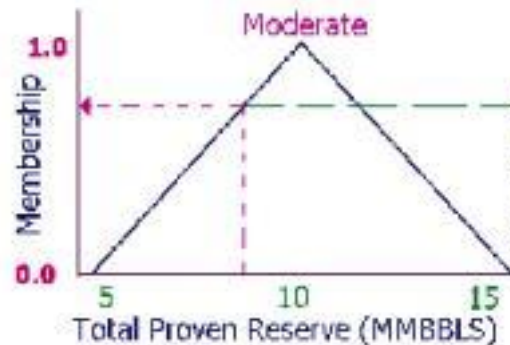
Rule #4



Rule #1



Rule #5

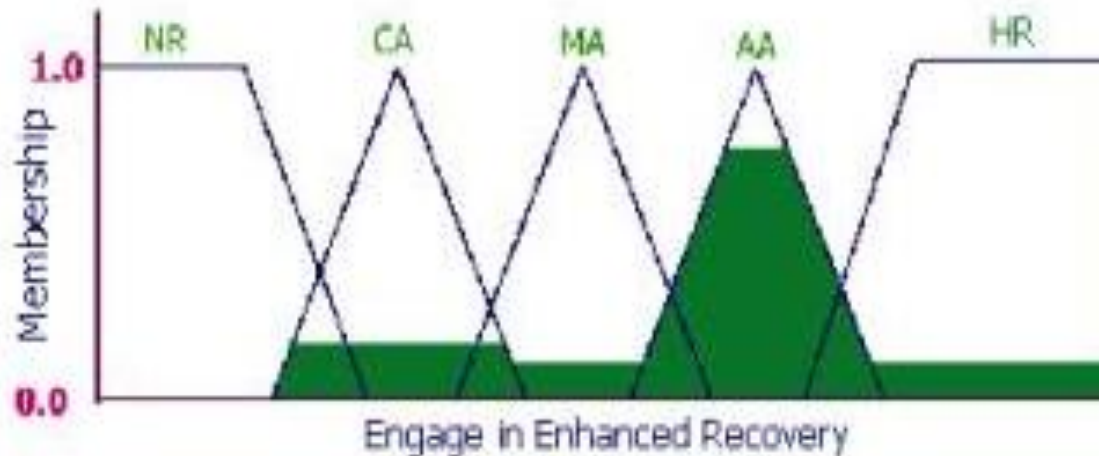


Rule #2



AGREGACJA REGUŁ (AKUMULACJA)

- Jest to proces łączenia wszystkich reguł wyjściowych w jeden zbiór rozmyty.
- Najczęściej wykorzystuje się operator **max**.



DEFUZYFIKACJA

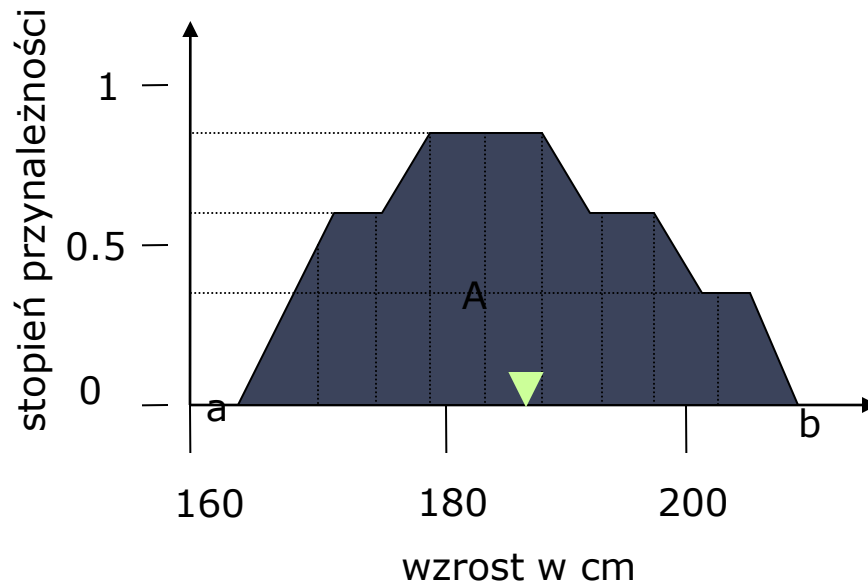
- Proces uzyskiwania jednoznacznej (ostrej) wartości jako wyniku wnioskowania.
- Metody defuzyfikacji:
 - *metoda środka ciężkości* (Center of Gravity) – najpopularniejsza,
 - *metoda środka maximum* (Mean Of Maximum) ,
 - *metoda pierwszego maximum* (First of Maxima).

COG

- Dla funkcji ciągłej:

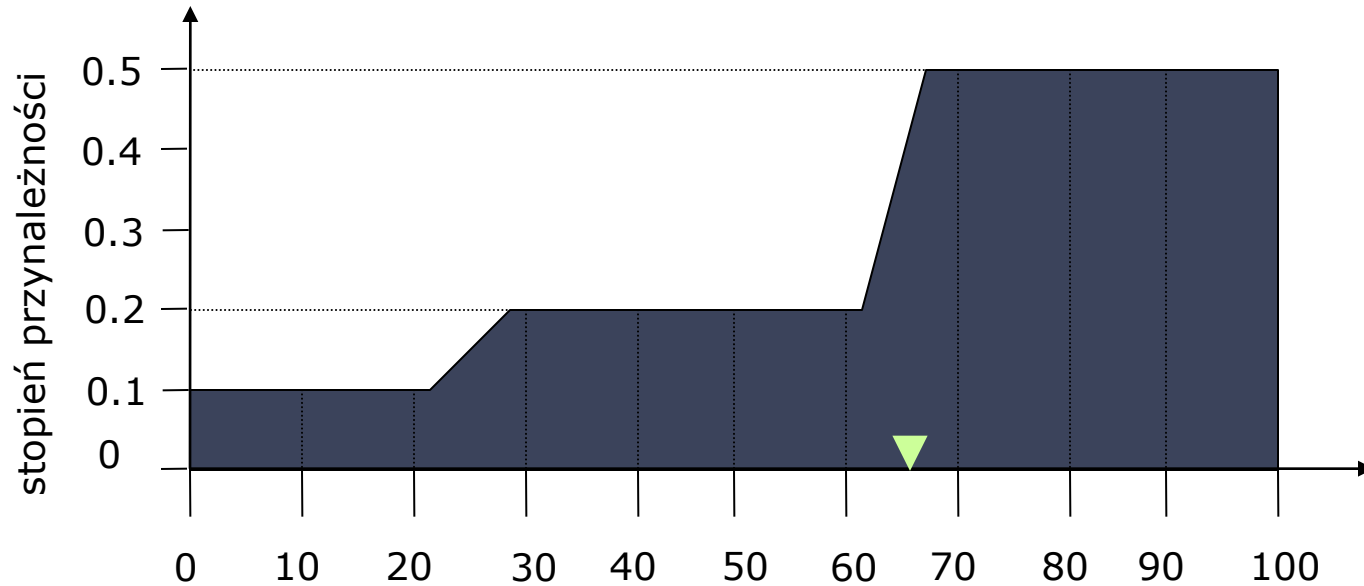
$$Y_{COG} = \frac{\int_a^b \mu_A(x) x dx}{\int_a^b \mu_A(x) dx}$$

- Dla próbkowanego przedziału zmiennej:



$$Y_{COG} = \frac{\sum_{x=a}^b \mu_A(x) x}{\sum_{x=a}^b \mu_A(x)}$$

COG – PRZYKŁAD

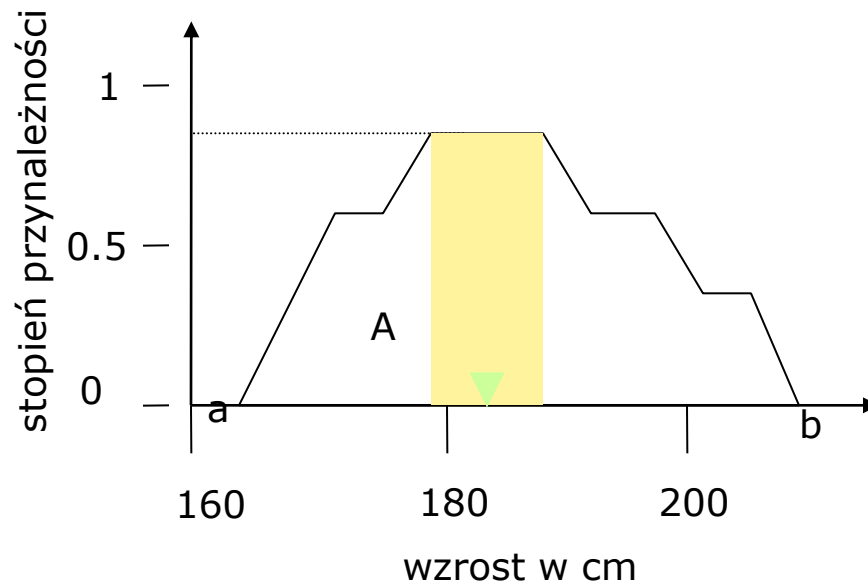


$$Y_{COG} = \frac{(0+10+20) \times 0.1 + (30+40+50+60) \times 0.2 + (70+80+90+100) \times 0.5}{0.1+0.1+0.1+0.2+0.2+0.2+0.2+0.5+0.5+0.5+0.5} = 67.4$$

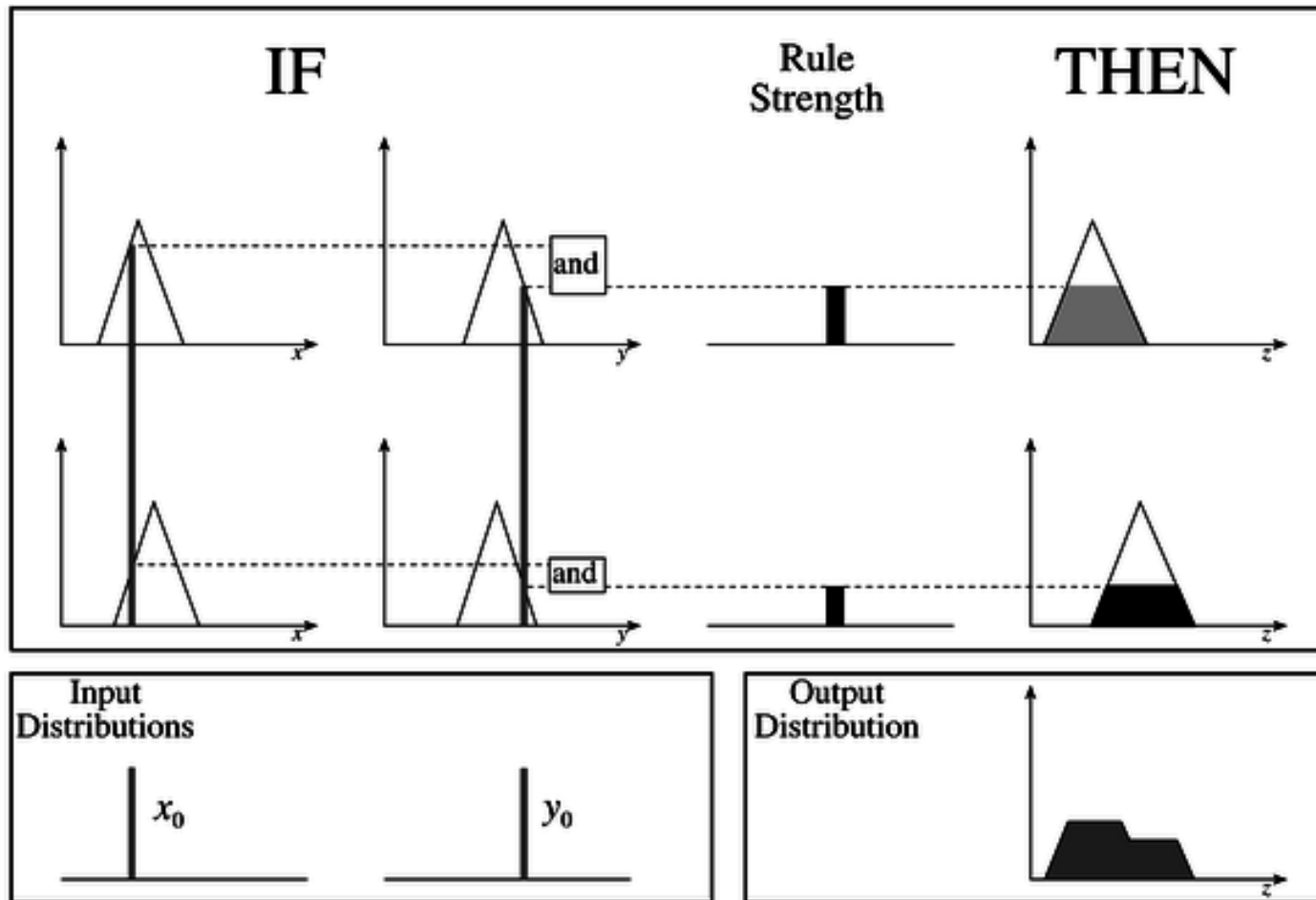
MOM

- Wyjście przyjmuje wartość:

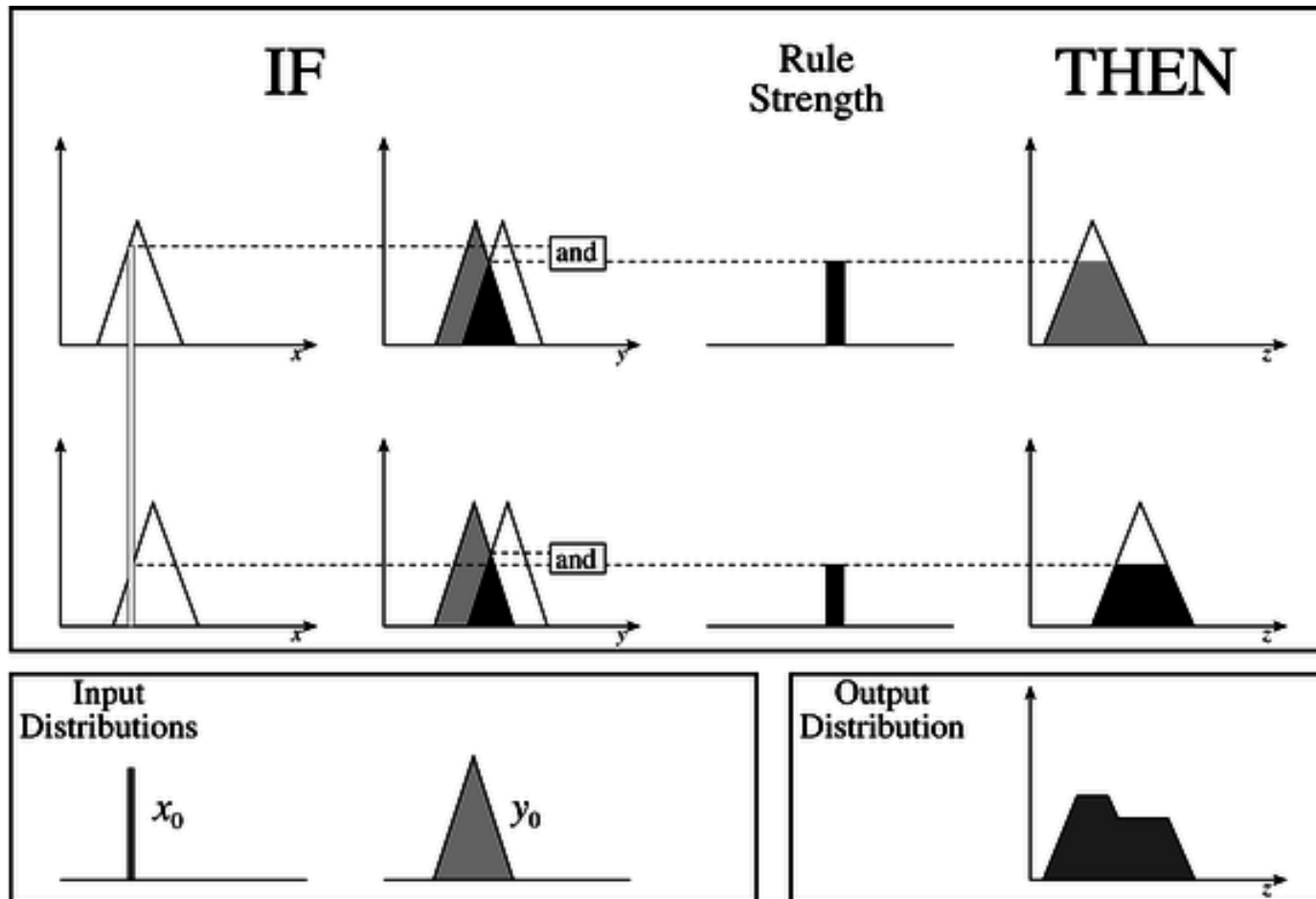
$$Y_{MOM} = Y(\mu_{maxterm})$$



RÓŻNE WEJŚCIA - LICZBOWE



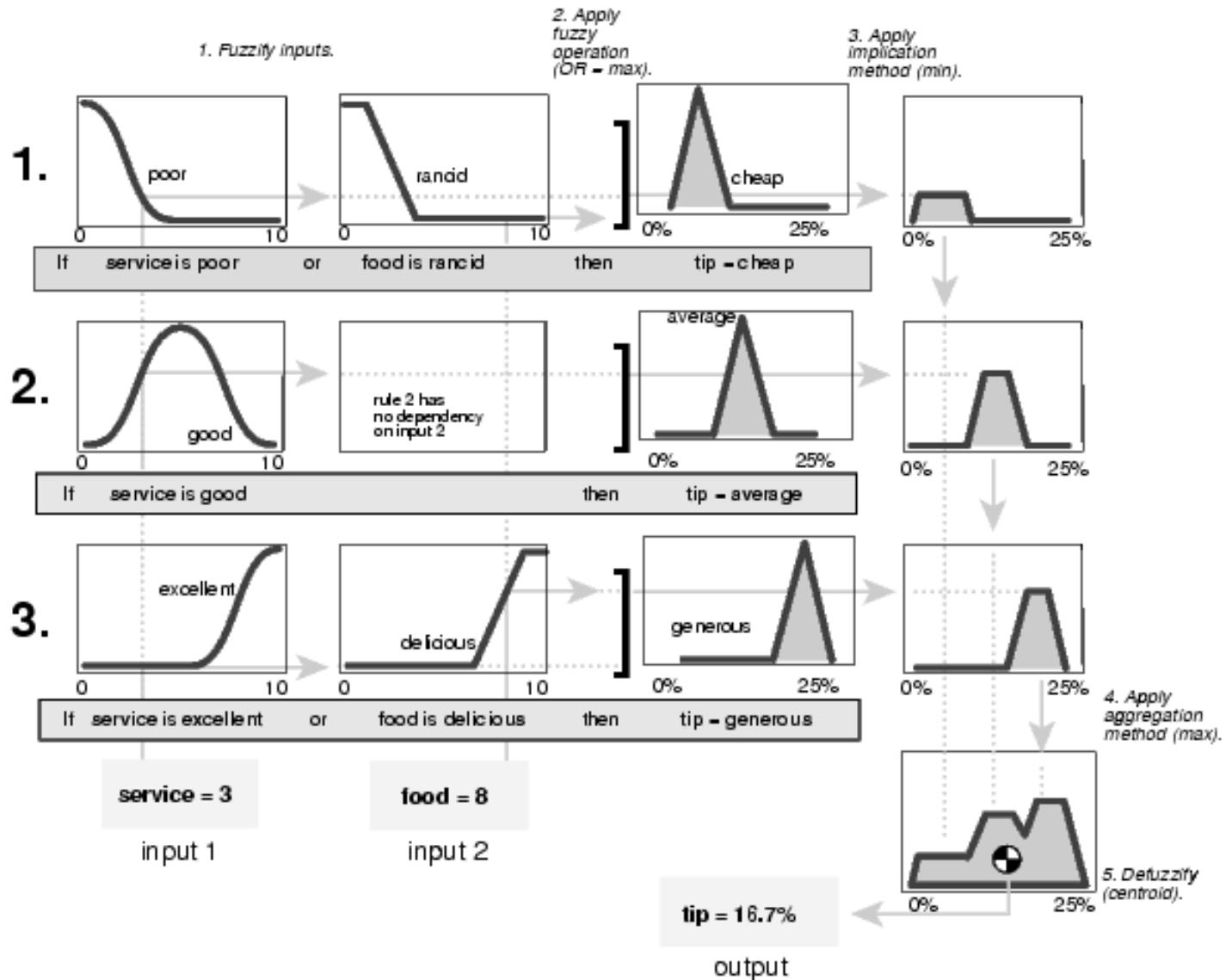
RÓŻNE WEJŚCIA - ROZMYTE



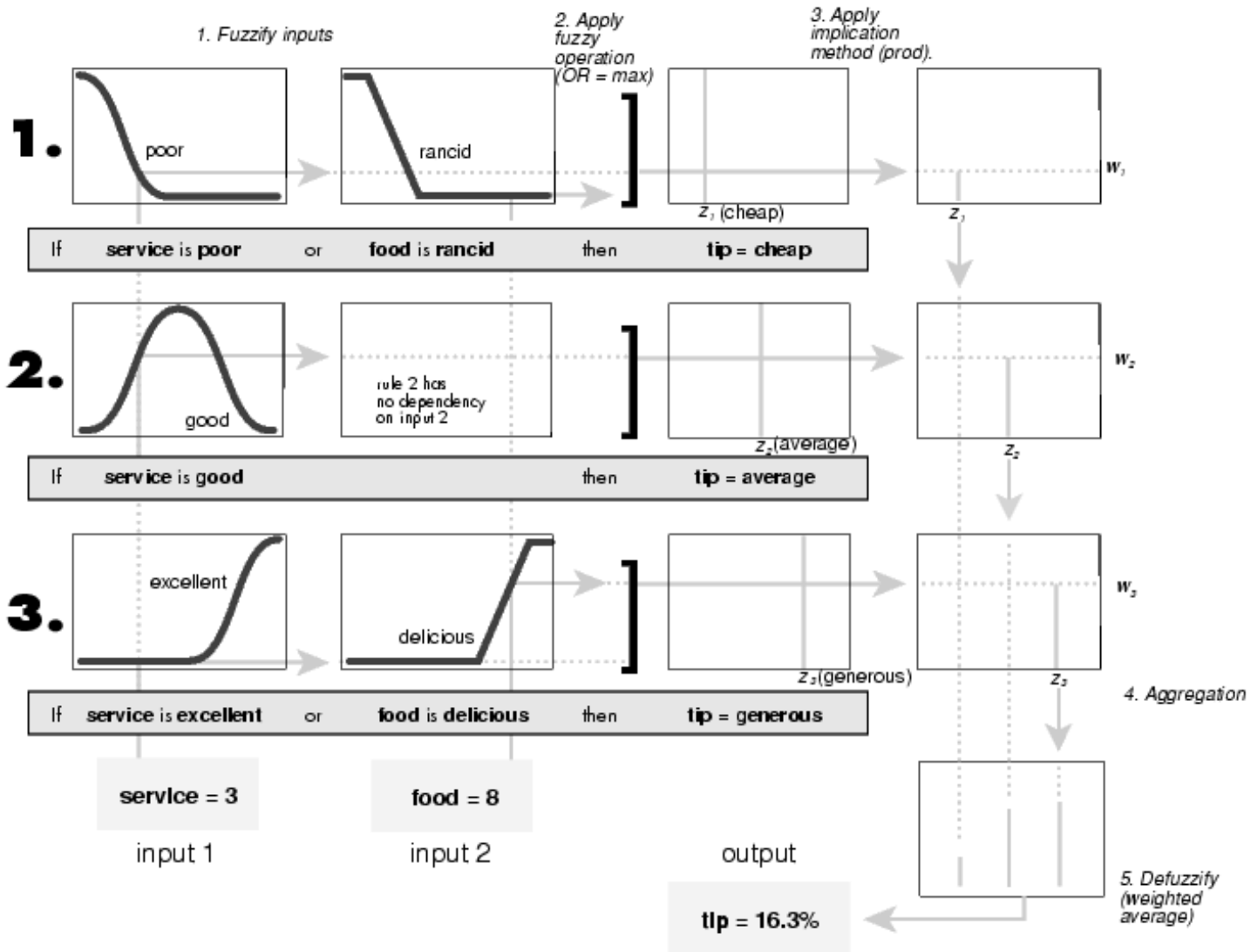
WNOSKOWANIE TYPU SEGUENO

- Wnioskowanie typu Mamdani nie jest korzystne obliczeniowe, ponieważ należy wyznaczać centra dwuwymiarowych figur.
- Wnioskowanie typu Segueno stosuje pojedyncze wartości (singletony) jako funkcje przynależności znalezionych konsekwencji. Mają one wartości różne od zera tylko w jednym punkcie.

Mamdani



Segueno



ZALETY

Segueno

- Efektywny obliczeniowo
- Pracuje poprawnie z technikami liniowymi
- Jest wydajny dla technik optymalizacji i adaptacji.
- Gwarantuje ciągłość płaszczyzny wyjściowej.
- Dopasowany do analiz matematycznych.

Mamdani

- Jest intuicyjny.
- Metoda szeroko wykorzystywana i akceptowana.
- Dobrze dopasowana do wejść opisywanych przez człowieka.

ZASTOSOWANIE

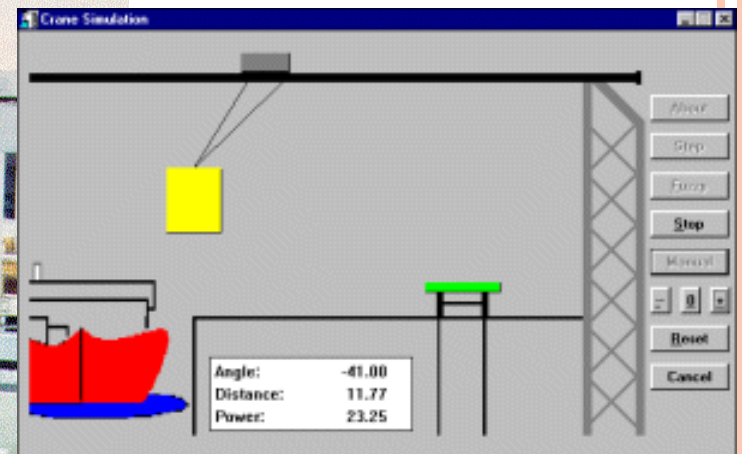
- Wszędzie tam, gdzie trudno jest utworzyć matematyczny model, ale daje się opisać sytuację w sposób jakościowy, za pomocą reguł rozmytych.
- Kontrolery rozmyte. Często w przemyśle – kontrola procesów.
- Inteligentne lodówki, pralki, windy, opiekacze do grzanek, aparaty fotograficzne.
- Zastosowania medyczne: nieprecyzyjny język daje się przełożyć na reguły rozmyte.

ZASTOSOWANIA TECHNICZNE

- Synteza jądrowa.
- Ustalanie drogi przelotu samolotu.
- Sterowanie procesem spalania paliw w elektrowniach.
- Kontrola prędkości ciężarówki.
- Sterowanie procesem produkcji penicyliny.
- Kontrola ruchu ulicznego.
- Mikrokontrolery (*68HC12 MCU*).

PRZYKŁAD 1

- Sterowanie dźwigiem dopasowując ciężar i drogę, tak by elementy nie huśtały się na linach.



PRZYKŁAD 2

- ABS (Antilock-Bracking System)
- Dynamika pojazdu i hamowanie jest złożonym systemem i zachowuje się silnie nieliniowo. Logika rozmyta jest zatem świetnym rozwiązaniem.
- Główne komponenty ABS:
 - Electronic control units (ECUs) – przetwarza informację z sensora i reguluje odpowiednio hamulcami;
 - sensor prędkości kół – wysyła impulsy do ECU z częstotliwością proporcjonalną do prędkości kół;
 - modulator hamulców.

ZASTOSOWANIE W BIZNESIE I FINANSACH

- Inwestycje bankowe.
- Ocena ryzyka kredytowego.
- Ocena ryzyka ubezpieczenia.
- Określenie strategii inwestycyjnych.
- Określenie profilu klienta.
- Kontroler jakości.
- Przewidywanie długości pobytu w szpitalu.
- Wyszukiwanie powtarzających się danych w bazach.
- Prognozowanie giełdowe.
- Wyznaczanie ramówek dla reklam telewizyjnych.