

Kryterium podejmowania decyzji przez ludzi (pojedyncze osoby lub grupy osób) w warunkach ryzyka pomieszczenia strat

Komplikacji tego problemu opisali już: Daniel Bernoulli (1738) oraz m.in. laureaci nagrody Nobla w dziedzinie ekonomii Daniel Kahneman i Amos Tverski (2000).

Rozpatrzmy następujący problem decyzyjny.

Problem I

Mam propozycję wzięcia udziału w 25 grach w której można wygrać pewne sumy pieniędzy (zależnie od gry) i przegrać pewne sumy pieniędzy (też zależnie od gry). Prawdopodobieństwo wygrania i przegrania podstawowych pieniędzy jest jednakowe. Stawki, wysokości wygranych i przegranych w poszczególnych grach wahają się w zakresie 0-10 zł.

Tabela 1 pokazuje ile można wygrać i przegrać w poszczególnych grach oraz podaje numery tych gier.

Zysk [zł] możliwy w grze

		P.Zysk					
		0zł	2,5	5	7,5	10zł	
strata [zł] możliwa w grze	P.Strata	0	Gra 1	G2	G3	G4	G5
	2,5	G6	G7	G8	G9	G10	
	5	G11	G12	G13	G14	G15	
	7,5	G16	G17	G18	G19	G20	
	10zł	G21	G22	G23	G24	G25	

Tabela 1. Zysk i strata możliwa w poszczególnych grach. Stawka w każdej grze równa jest zawsze potencjalnemu zyskowi z gry.

Należy opracować indywidualne kryterium oceniające stopień atrakcyjności poszczególnych gier, przy założeniu że stopień ten zawarty jest w zakresie $[0, 1]$.

$$0 \leq K(\text{zysk, strata}) \leq 1$$

Elicytacja indywidualnego kryterium oceny atrakcyjności gier typu „szansa/ryzyko” przy małych stawkach

Zasady gry

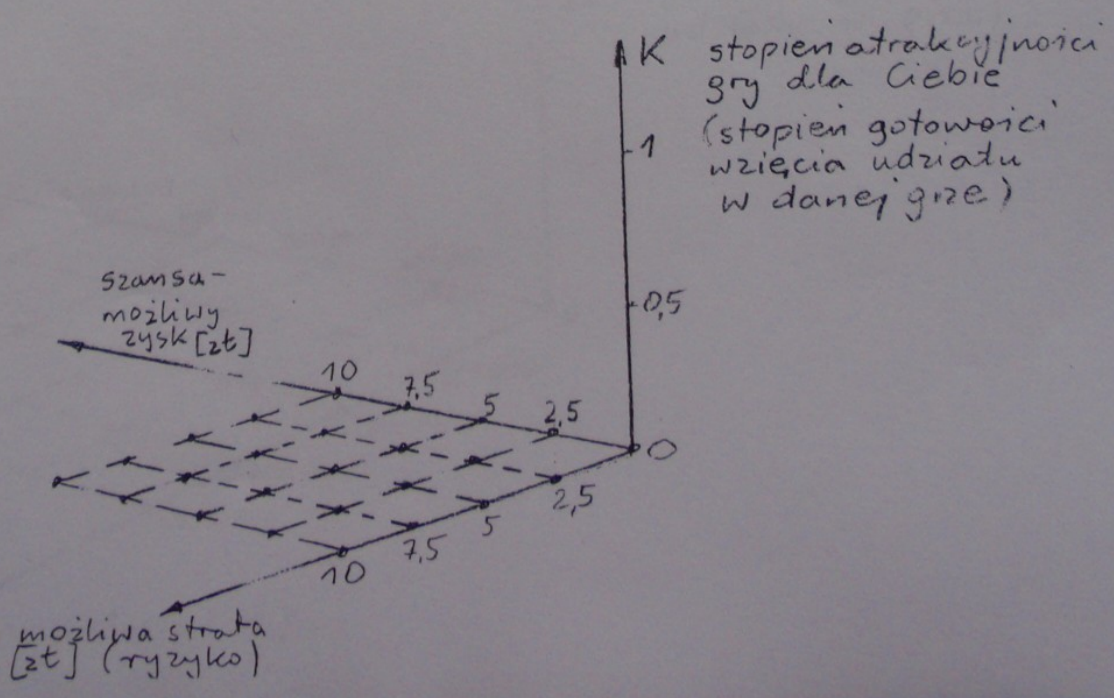
Mogę wziąć udział w 25 grach w których można wygrać różne sumy pieniędzy (od 0 do 10 zł) i także przegrać różne sumy (też w zakresie od 0 do 10 zł). Suma jaką można wygrać jest zwykle różna od sumy jaką można przegrać. Podaje to tabela. Prawdopodobieństwo wygrania bądź przegrania w grze jest jednakowe i wynosi 0.5. Stawka równa się sumie jaką można w danej grze wygrać. Tabela 1 pokazuje wielkość wygranej i przegranej w danej grze. Wpisz do każdego pola w tej tabeli ile wynosi dla Ciebie atrakcyjność danej gry. Jeśli jesteś całkowicie zdecydowany nie grać w daną grę - wpisz 0, jeśli jesteś całkowicie zdecydowany grać- wpisz 1. Jeśli jesteś częściowo zdecydowany- wpisz atrakcyjność ułamkową w zakresie [0 do 1] z dokładnością 0.1.

zysk [zł] możliwy w danej grze →

strata [zł] możliwa w danej grze ↓

	m. zysk [zł]	0 [zł]	2.5	5	7.5	10 [zł]
	m. strata [zł]	0 [zł]	2.5	5	7.5	10 [zł]
	0 [zł]					
	2.5					
	5					
	7.5					
	10 [zł]					

Podaj swój stopień atrakcyjności danej gry (gotowości wzięcia udziału w grze)



Elicytacja indywidualnego kryterium oceny atrakcyjności gier typu „szansa/ryzyko” przy bardzo dużych stawkach

Zasady gry

Wyobraź sobie, że jesteś emerytem mieszkającym wraz z żoną w pięknym domku z ogrodem. W trakcie Twego życia zaoszczędziłeś 1 000 000 (1 mln) zł, które są obecnie w banku a corocznie wypłacane 6 procent z tej sumy (60 tys. zł) pozwala Ci na spokojne i dostatnie życie (masz 5 tys. zł miesięcznie do dyspozycji). Jeden mln zł jakie posiadasz umożliwia Ci też finansowanie ewentualnych usterek w Twoim domu, przeprowadzanie remontów, ewentualne naprawy samochodu bądź kupno nowego w razie potrzeby. Masz też pieniądze na lekarzy i lekarstwa gdybyś ciężko zachorował (lub Twoja żona). Słowem, posiadany 1 mln zł gwarantuje Ci bezpieczeństwo i wygodne życie. Wyobraź teraz sobie, że ktoś proponuje Ci udział w grach dzięki którym możesz zwiększyć swój majątek (szansa) ale też możesz przegrać (ryzyko). Stawka w każdej grze równa jest możliwej wygranej. Wielkość możliwej wygranej i przegranej w każdej z gier podaje tabela. Zastanów się i oceń atrakcyjność każdego wariantu gry wpisując wartość atrakcyjności danej gry z zakresu 0 do 1 do każdego z pól.

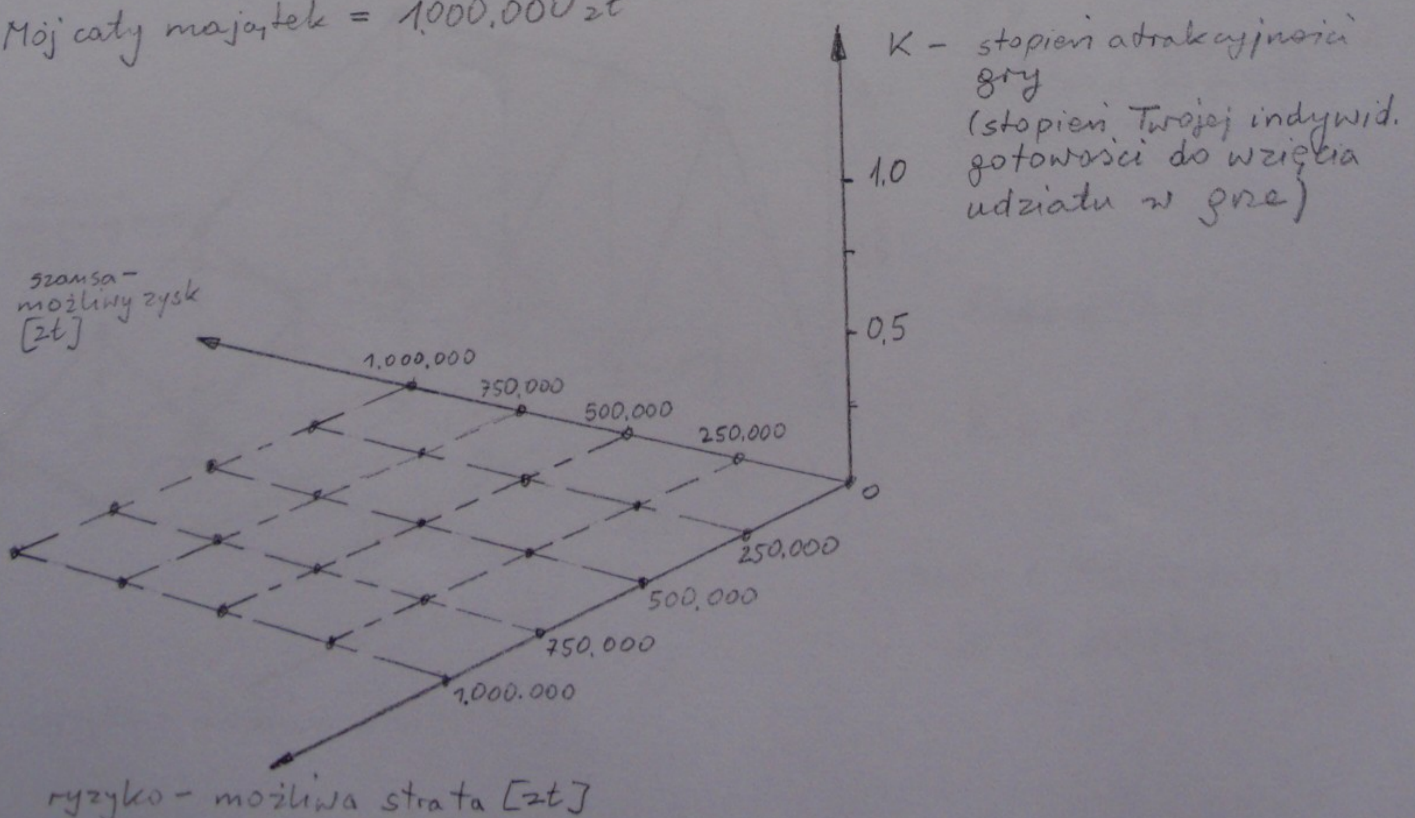
zysk [zł] możliwy w danej grze (szansa) →

	m. zysk	0 [zł]	250.000	500.000	750.000	1.000.000
	m. strata	0 [zł]	250.000	500.000	750.000	1.000.000
	0 [zł]					
	250.000					
	500.000					
	750.000					
	1.000.000					

strata [zł] możliwa w danej grze ↓

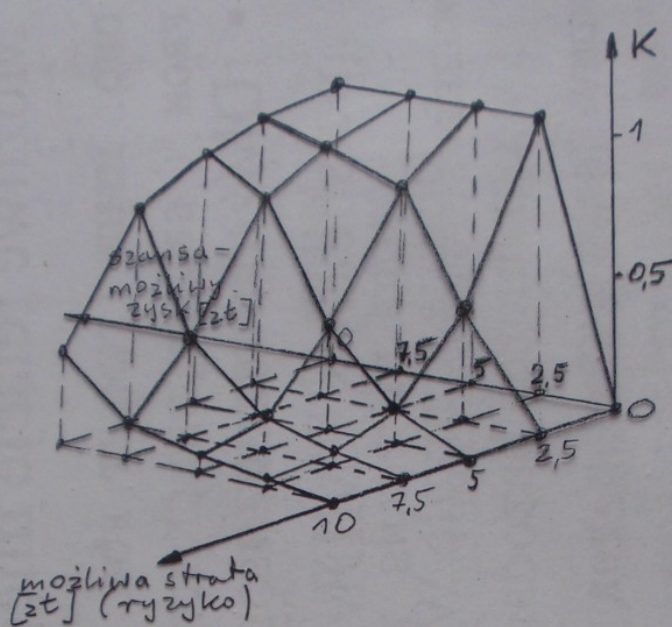
→ Twój stopień atrakcyjności danej gry (stopień Twojej gotowości do wzięcia udziału w grze)

Mój cały majątek = 1.000.000 zł



Mate stawki i duze stawki porownanie

Mate stawki do 10zt

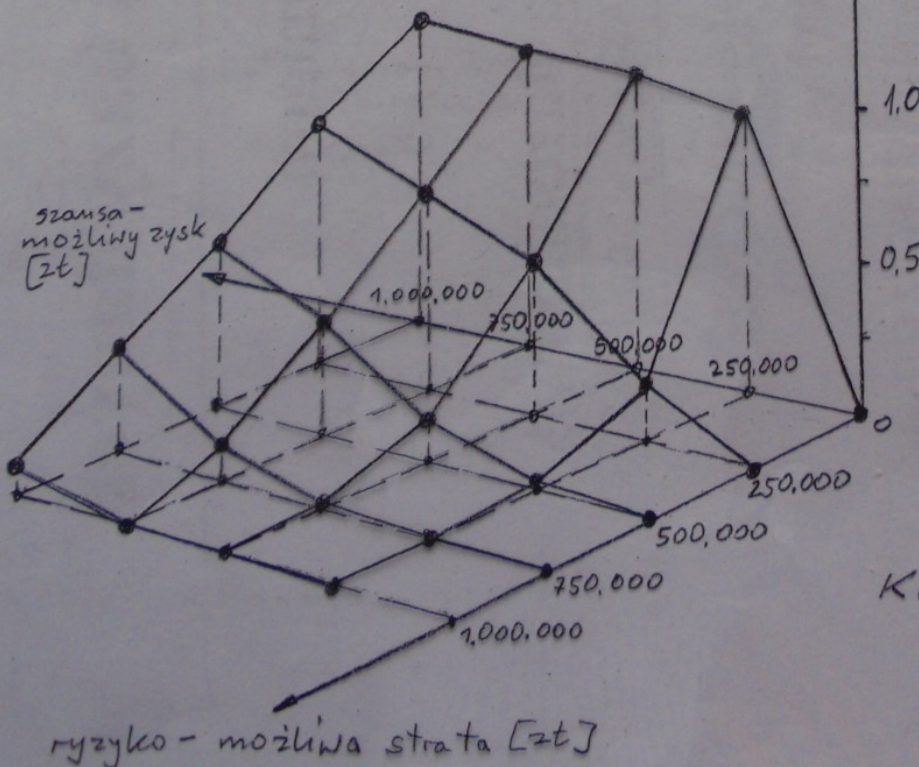


K - stopien atrakcyjnosci gry dla Ciebie (stopien gotowosci wzicia udzialu w danej grze)

$$K_{sr} = 0.4362$$

Duze stawki

Mój cały majątek = 1,000,000 zł



K - stopien atrakcyjnosci gry (stopien Twojej indywid. gotowosci do wzicia udzialu w grze)

Przeciętnie

$$K_{sr} = 0.3081$$

Kobiety + Mężczyźni
23 osoby

2) Linijowe kryterium atrakcyjności porównywalnych gier
Kryterium liniowe posiada 3 resp. wagowe w_i , które należy wyznaczyć.

$$K = w_0 + w_1 \cdot \text{zysk} + w_2 \cdot \text{strata}$$

Współczynniki wagowe mogą być wyznaczone na podstawie następującego rozumowania:

* IF (możliwy zysk = 10zł) AND (możliwa strata = 0)
THEN (atrakcyjności gry $K = 1$)

$$1 = w_0 + w_1 \cdot 10 + w_2 \cdot 0$$

* IF (możliwy zysk = 0) AND (możliwa strata = 10zł)
THEN (atrakcyjności $K = 0$)

$$0 = w_0 + w_1 \cdot 0 + w_2 \cdot 10$$

* IF (możliwy zysk = 0) AND (możliwa strata = 0)
THEN (atrakcyjności $K = 0$)

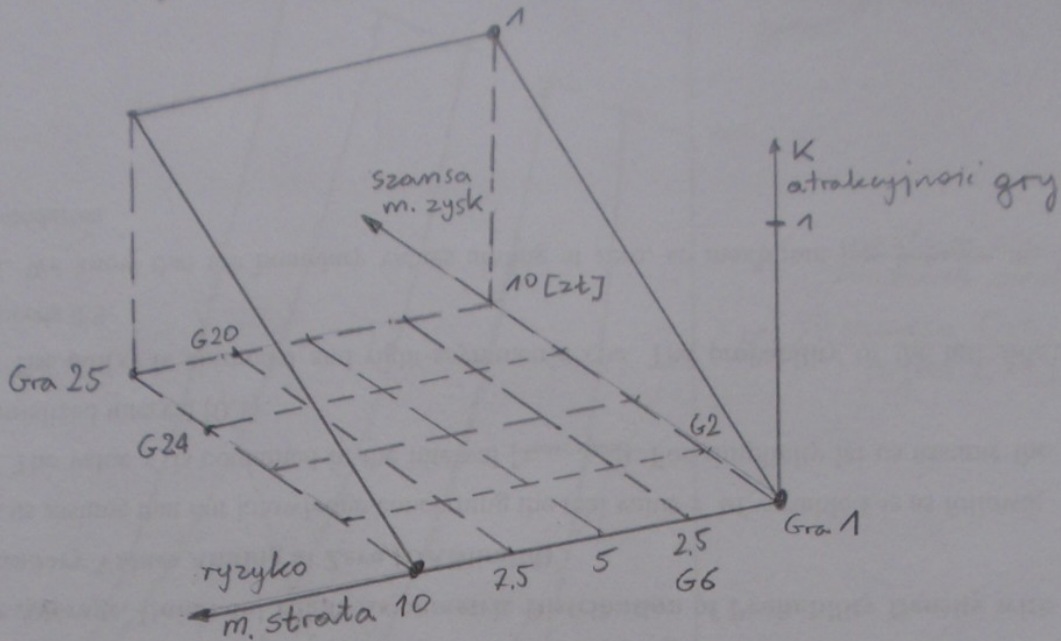
$$0 = w_0 + w_1 \cdot 0 + w_2 \cdot 0 \rightarrow w_0 = 0$$

Stąd: $w_2 = 0$, $w_1 = 0,1$

$$K = 0,1 \cdot \text{zysk}$$

Porównania tego kryterium przedstawiona jest na Rp. 1

$$K = 0.1 \cdot \text{zysk [zt]} = w_0 + w_1 \cdot \text{zysk} + w_2 \cdot \text{strata}$$



Ryp. 1. Powierzchnia liniowego kryterium oceny atrakcyjności potencjalnych 25 gier.

Analiza kryterium liniowego, Ryp. 1. wykazuje jego nielogiczność w wielu punktach, np:

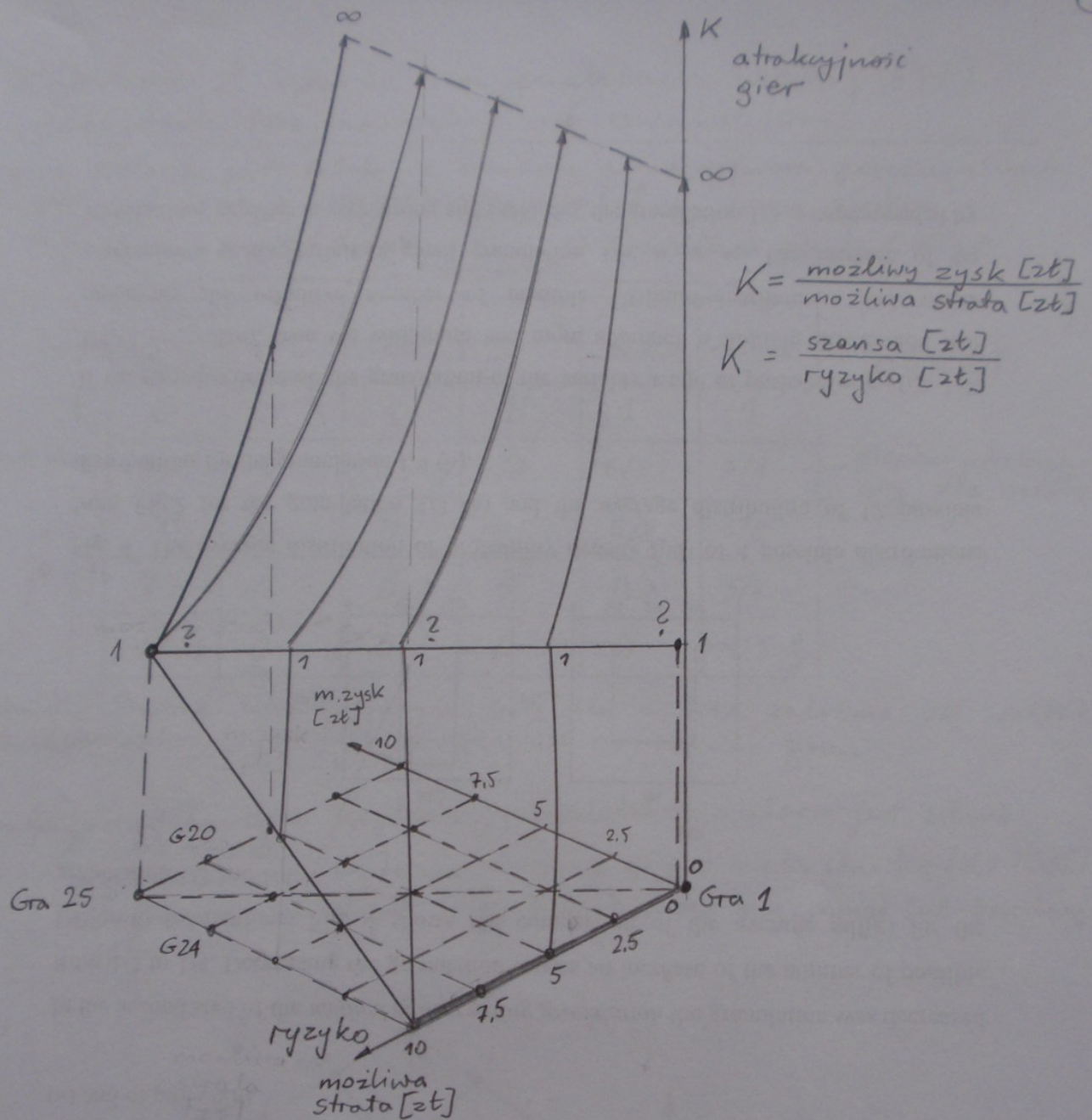
- * możliwy zysk = 10 zt, możliwa strata = 10 zt, $K=1 = \text{maks.}$?
- * możliwy zysk = 5 zt, możliwa strata = 0 zt, $K=0.5$?
- * dla przyjętych wartości zysku i straty wartości kryterium K jest jednolita dla wszystkich osób, które je stosują.

3. Ilorazowe kryterium atrakcyjności gier

$$K = \frac{\text{możliwy zysk (szansa)} \quad 0 \leq Z \leq 10 [\text{zt}]}{\text{możliwa strata (ryzyko)} \quad 0 \leq S \leq 10 [\text{zt}]}$$

Należy zauważyć, że kryterium to jest liniowo zależne od wartości możliwego zysku oraz nieliniowo od wartości możliwej straty. Osoba, która takie kryterium stosuje zwykle nie wie o tym, a jej rzeczywiste, mentalne kryterium jest inne.

Powierzchnia tego kryterium przedstawiona jest na Ryp. 2,



Ryp.2. Powierzchnia ilorazowego kryterium $K = m.zysk/m.strata$ oceny atrakcyjności gier

- Uwagi - * wg. kryterium ilorazowego, wszystkie gry gdzie możliwy zysk = możliwa strata są jednakowo atrakcyjne ($K=1$). Czy to stwierdzenie zgodne jest z poglądami każdej osoby?
- * jeżeli możliwa strata = 0, to wszystkie gry są jednakowo atrakcyjne ($K=\infty$).
 - * możliwe wartości kryterium K zmieniają się, nie w zakresie $[0,1]$ lecz $[0,\infty]$.
 - * dla ustalonych wartości zysku i straty, wartości kryterium K jest jednakowa dla wszystkich osób, które są osobami

Kryterium K oparte na punktach wiedzy (PW) wydobyczych (uzyskanych) od ewaluatora

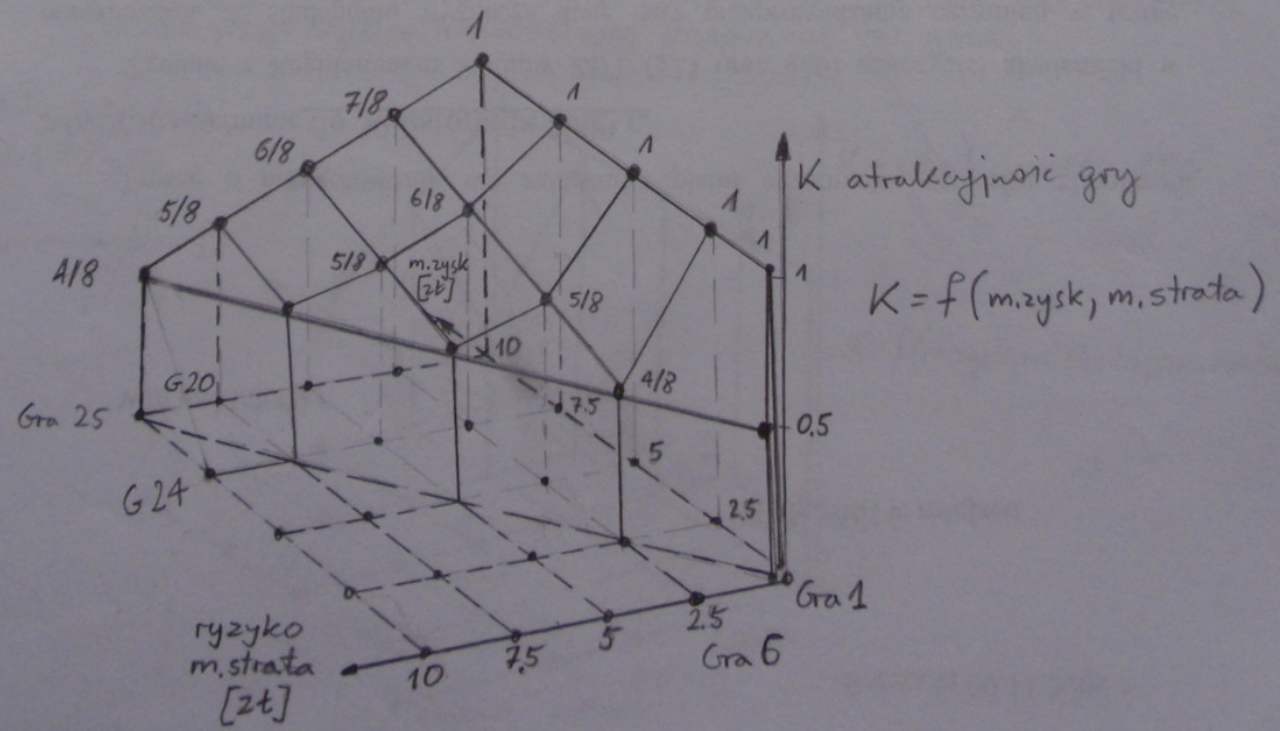
Poniżej podana jest tabela z ocenami atrakcyjności poszczególnych 25 gier wyrażająca wewnętrzny, mentalny, ocenę autora.

$0 \leq \text{możliwy zysk} \leq 10 \text{ zł}$ $0 \leq \text{możliwa strata} \leq 10 \text{ zł}$

		szansa →					
		stymulanta					
ryzyko	m. zysk [zł]	0	2,5	5	7,5	10 zł	$0 \leq K \leq 1$
	m. strata [zł]	0	1	1	1	1	
↑ destymulanta	0	0	1	1	1	1	— stopień atrakcyjności gry dla autora
	2,5	0	$0.5 = \frac{4}{8}$	$5/8$	$6/8$	$7/8$	
	5	0	0	0,5	$5/8$	$6/8$	
	7,5	0	0	0	0,5	$5/8$	
	10 zł	0	0	0	0	$0.5 = \frac{4}{8}$	

Tabela 2. Stopnie atrakcyjności gry dla autora zależnie od wartości możliwego zysku i wartości przegranej w danej grze.

- Uwagi:
- * przedstawione kryterium wewnętrzne autora jest silnie nieliniowe
 - * przedstawione kryterium dotyczy gry o małej stawce (do 10 zł)
 - * kryterium wewnętrzne innych osób może być mniej lub bardziej odmienne.



Rp. 3. Porównania atrakcyjności K (m. zysk, m. strata) reprezentująca

Kryterium K oparte na punktach wredzy (PW) wydobytych od ewaluatora, dotyczące gier o dwie stawki

Opis sytuacji gracza

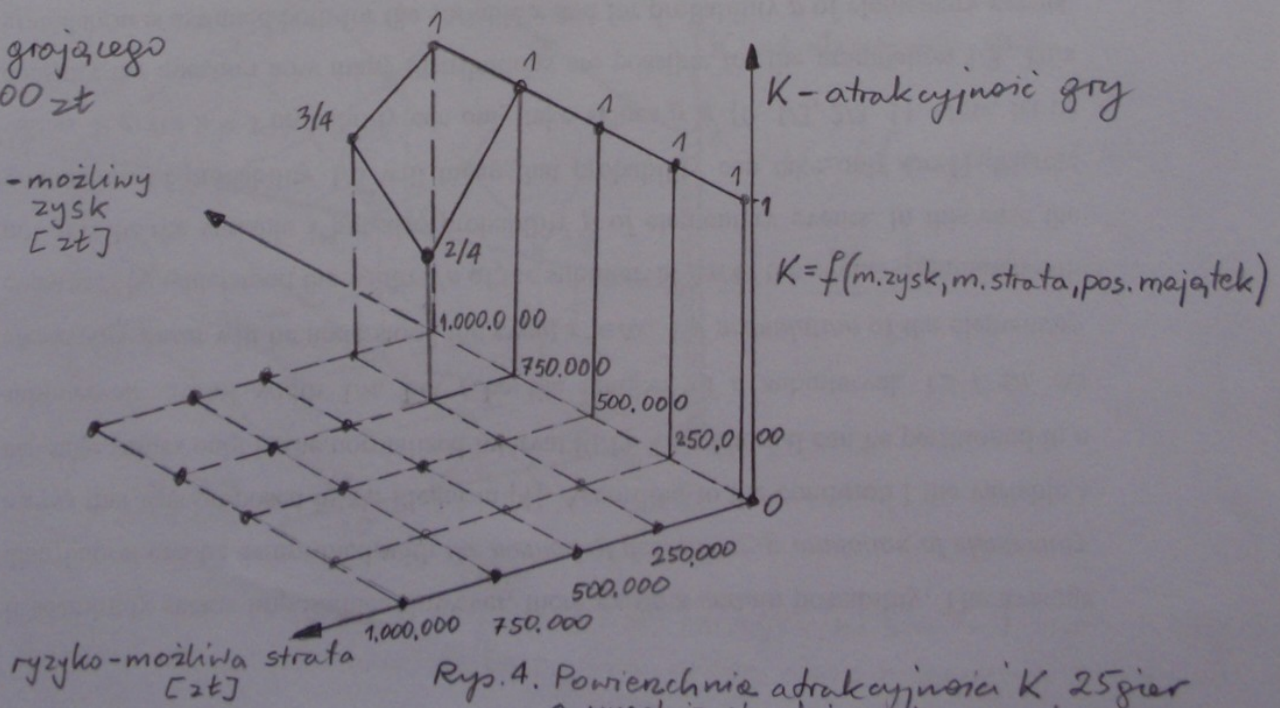
Gracz w ciągu 50 lat ciężkiej pracy zgromadził 1.000.000 zł oszczędności. Chętnie by powiększył swą fortunę, jednak bardzo boi się jej straty. Każdy 1000 zł jego oszczędności są bowiem wynikiem wielu trudów. Dodatkowo posiadamy 1 mln zł zapewnią osobie rozważanej bezpieczne życie, możliwość leczenia się u najlepszych lekarzy, utrzymywania pięknej wili z ogrodem, corocznych wyjazdów zagranicznych, pomagania dzieciom, etc. U rozważanej osoby przeważa awersja do utraty majątku nad chęcią jego powiększenia. Poniższa tabela prezentuje wewnętrzne kryterium oceniającego.

szansa → stymulanta - cecha mniej ważna

ryzyko	m. zysk [zł]					
	m. strata [zł]					
destymulanta cecha ważniejsza	0	0	1	1	1	1
	250.000	0	0	0	2/4	3/4
	500.000	0	0	0	0	0
	750.000	0	0	0	0	0
	1.000.000	0	0	0	0	0

Tabela 3. Stopnie atrakcyjności 25 gier (dla autora) zależnie od wartości możliwego zysku i możliwej przegranej w grze.

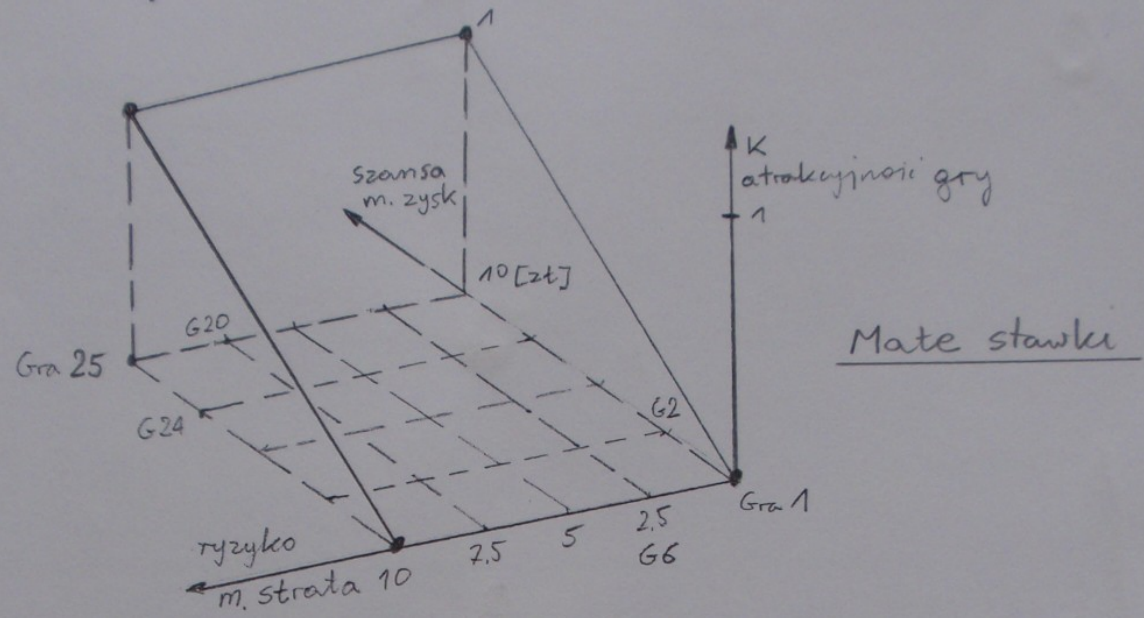
Majątek gracza
1.000.000 zł



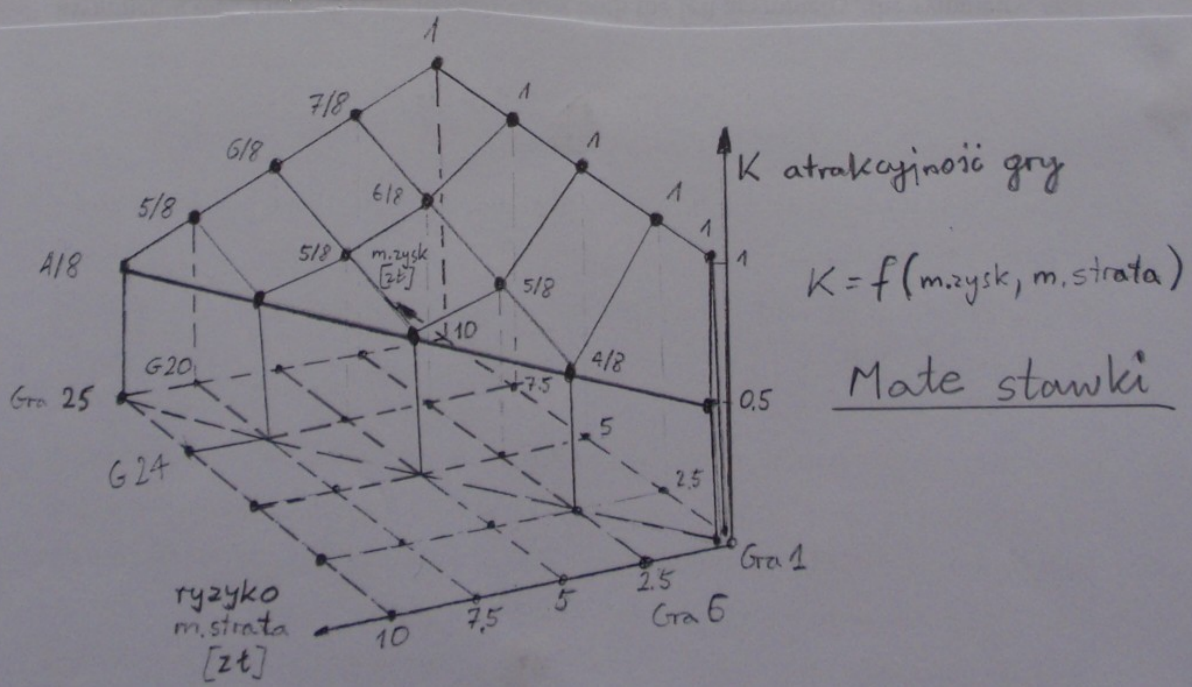
Rys. 4. Powierzchnia atrakcyjności K 25 gier o wysokości stawki porównywalne z wartością majątku gracza (1.000.000 zł)

Porównanie poszczególnych kryteriów oraz ocena dokładności odzwierciedlenia przez nie rzeczywistego, wewnętrznego kryterium ewaluatora

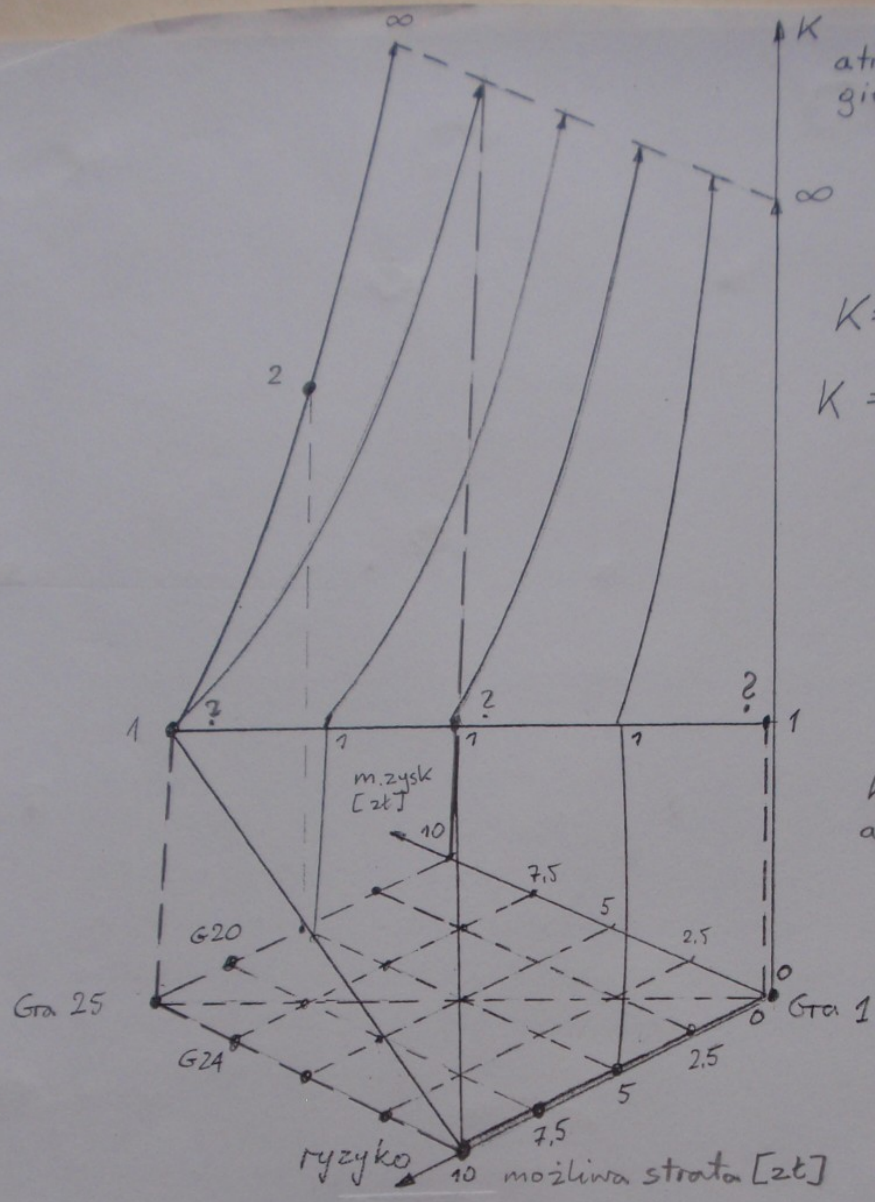
$$K = 0.1 \cdot \text{zysk [zt]} = w_0 + w_1 \cdot \text{zysk} + w_2 \cdot \text{strata}$$



Rys. 1. Powierzchnia liniowego kryterium oceny atrakcyjności poszczególnych 25 gier.



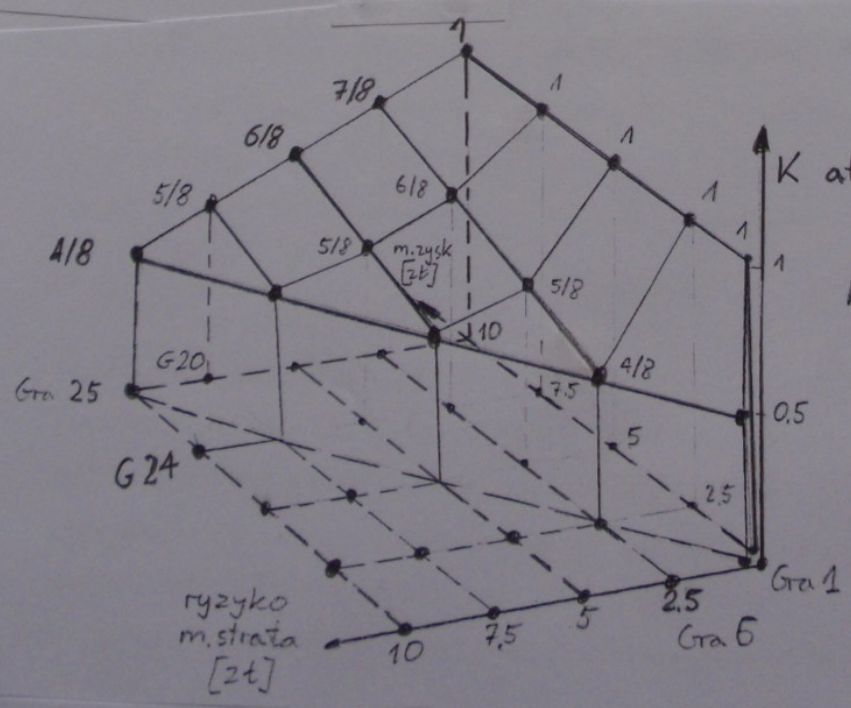
Rys. 3. Powierzchnia atrakcyjności $K(m.zysk, m.strata)$ reprezentująca mentalne kryterium autora. Inna osoba może mieć inną powierzchnię tego kryterium



$$K = \frac{\text{możliwy zysk [zt]}}{\text{możliwa strata [zt]}}$$

$$K = \frac{\text{szansa [zt]}}{\text{ryzyko [zt]}}$$

Ryp. 2. Powierzchnia ilorazowego kryterium oceny atrakcyjności gier

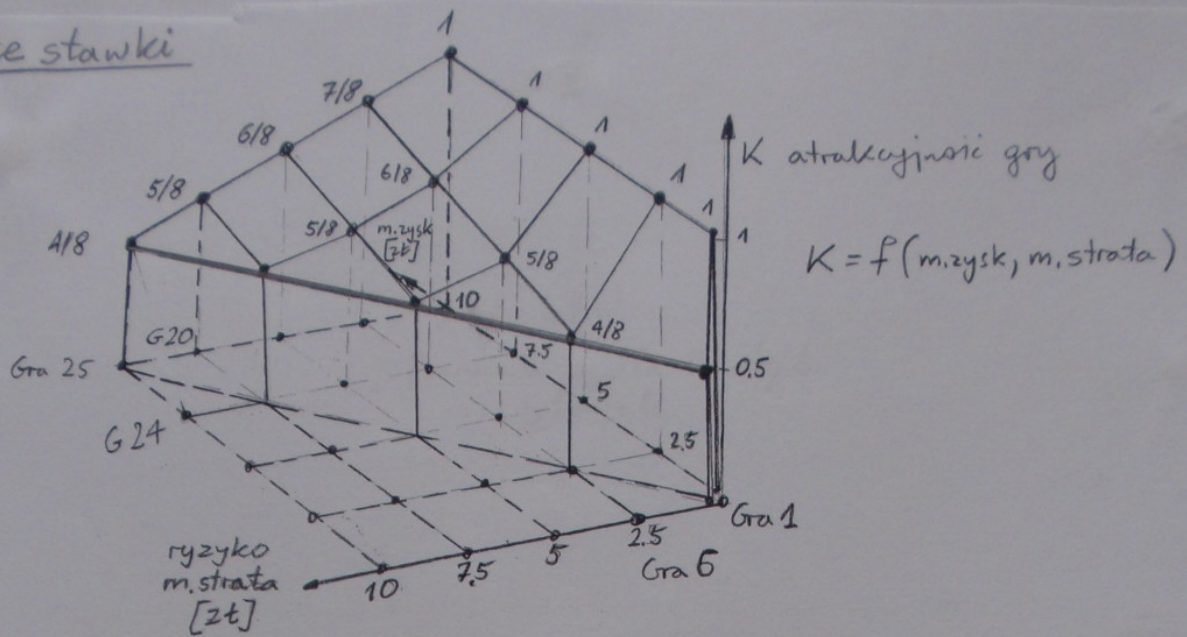


$$K = f(\text{m. zysk}, \text{m. strata})$$

Mate stawki w grze [0, 10 zt]

Ryp. 3. Powierzchnia atrakcyjności K (m. zysk, m. strata) reprezentująca mentalne kryterium autora. Inna osoba może mieć inną powierzchnię tego kryterium

Mate stawki

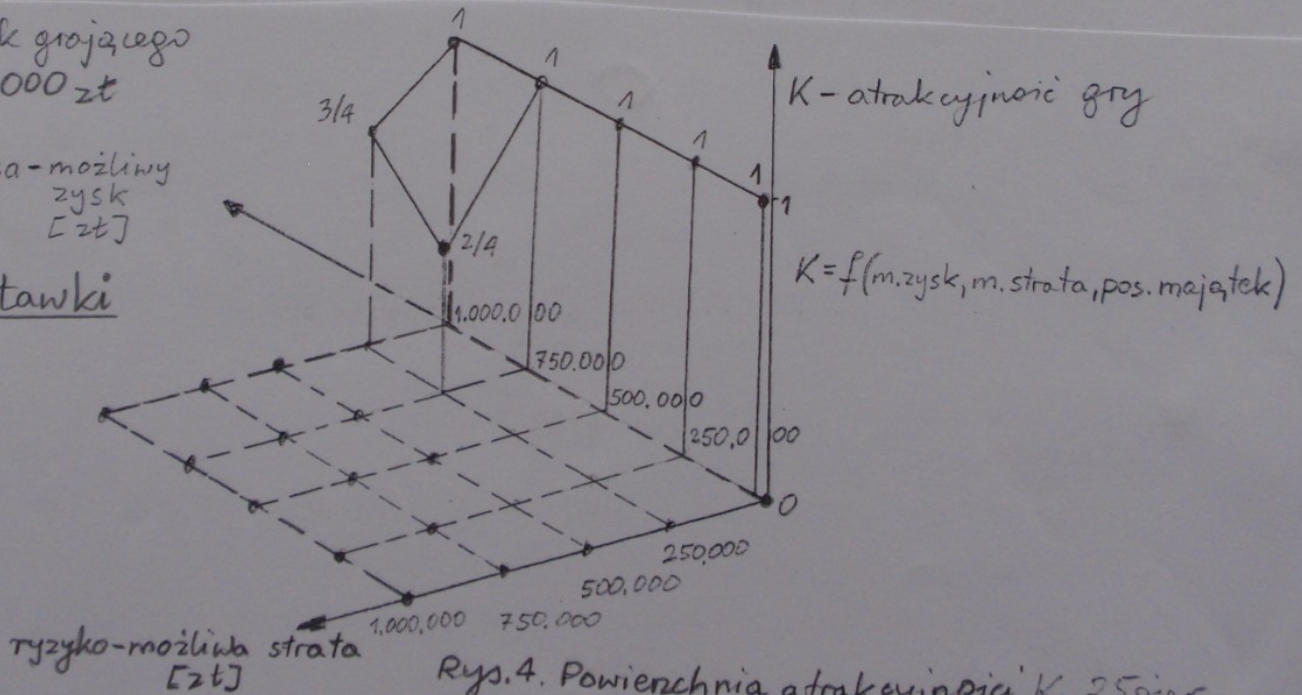


Rys. 3. Powierzchnia atrakcyjności K (m. zysk, m. strata) reprezentująca mentalne kryterium autora. Inna osoba może mieć inną powierzchnię.

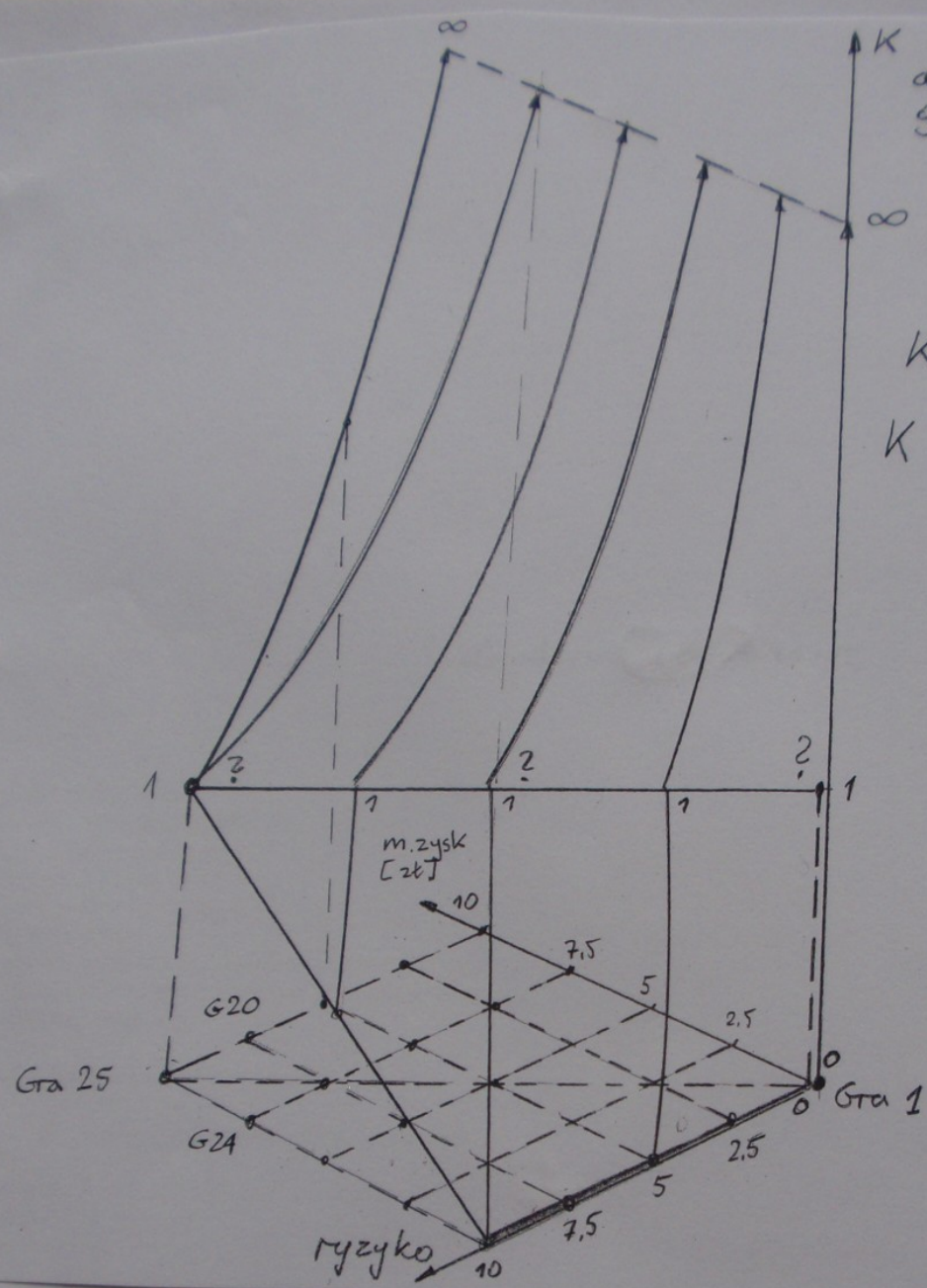
Majątek gracza
1.000.000 zł

Szansa - możliwy
zysk
[zł]

Duże stawki



Rys. 4. Powierzchnia atrakcyjności K 25 gier o wysokie stawki, porównywalne z wartością majątku gracza (1.000.000 zł)



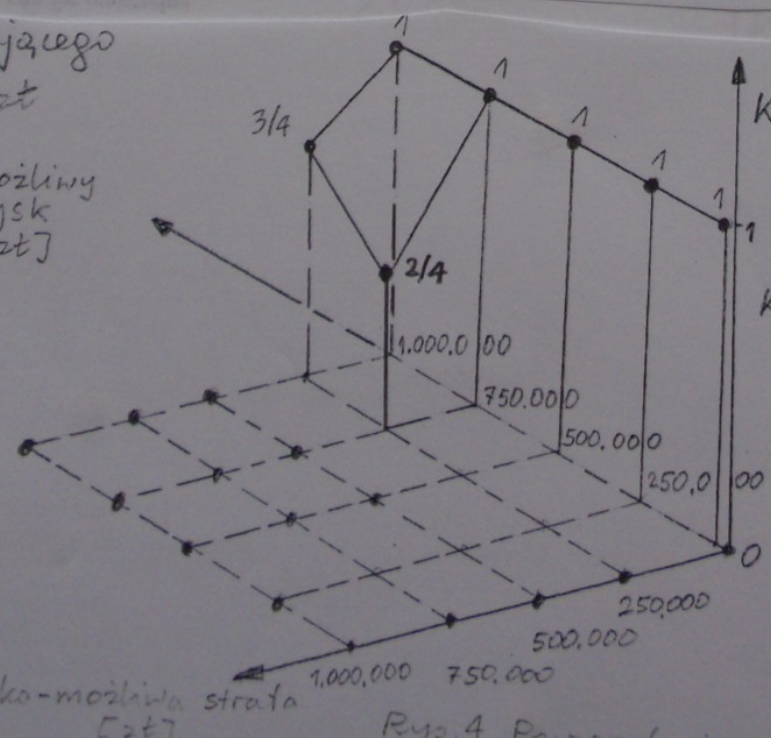
$$K = \frac{\text{możliwy zysk [zł]}}{\text{możliwa strata [zł]}}$$

$$K = \frac{\text{szansa [zł]}}{\text{ryzyko [zł]}}$$

Kryterium ilorazowe

Majątek gracza
1,000,000 zł

szansa - możliwy zysk [zł]



$$K = f(\text{m. zysk, m. strata, pos. majątek})$$

ryzyko - możliwa strata [zł]

Ryzyko

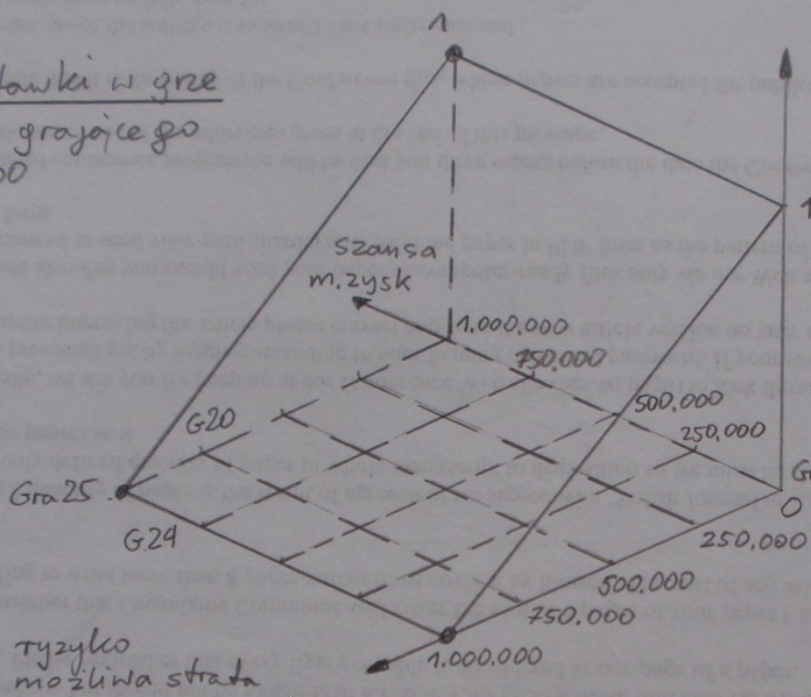
Funkcja kryterialna liniowa dla wysokich stawek do 1.000.000 przeprowadzona na podstawie następujących rozmowa (3 punkty wiedzy)

m. zysk = 1 mln zł, m. strata = 1 mln zł, K = 0
 m. zysk = 1 mln zł, m. strata = 0, K = 1
 m. zysk = 0, m. strata = 1 mln, K = 0

$$K = w_0 + w_1 \cdot \text{zysk} + w_2 \cdot \text{strata}$$

$$K = 1 + 0 \cdot \text{zysk} - 0.1 \cdot \text{strata}$$

Duże stawki w grze
 Majątek gracza 1.000.000



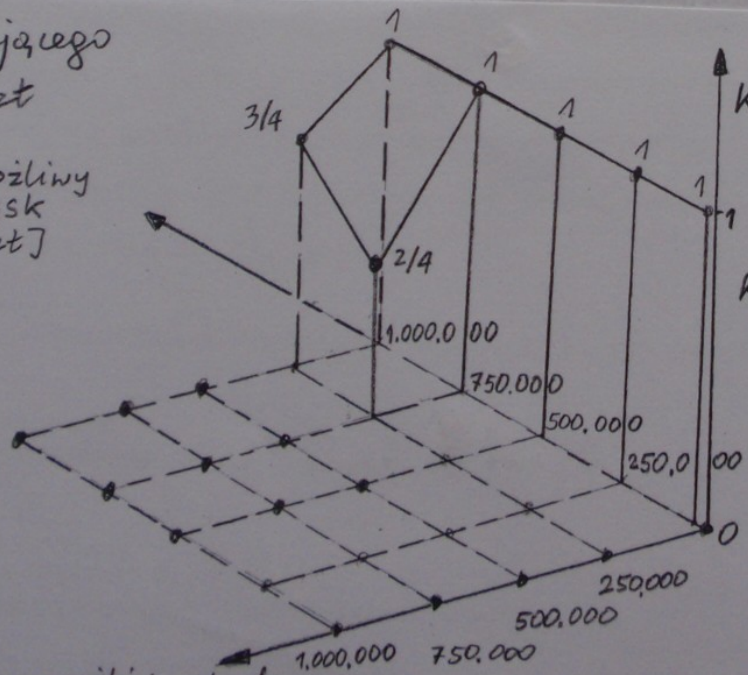
K - atrakcyjność gry

Rys. Powierzchnia atrakcyjności gry liniowego kryterium dla dwóch stawek przy awersji gracza do ryzyka.

Majątek gracza 1.000.000 zł

szansa - możliwy zysk [zł]

ryzyko - możliwa strata [zł]



K - atrakcyjność gry

$$K = f(\text{m. zysk}, \text{m. strata}, \text{pos. majątek})$$

Duże stawki

Rys. 4. Powierzchnia atrakcyjności K 25 gier o wysokich stawki, porównywalne z wartością majątku gracza (1.000.000 zł)