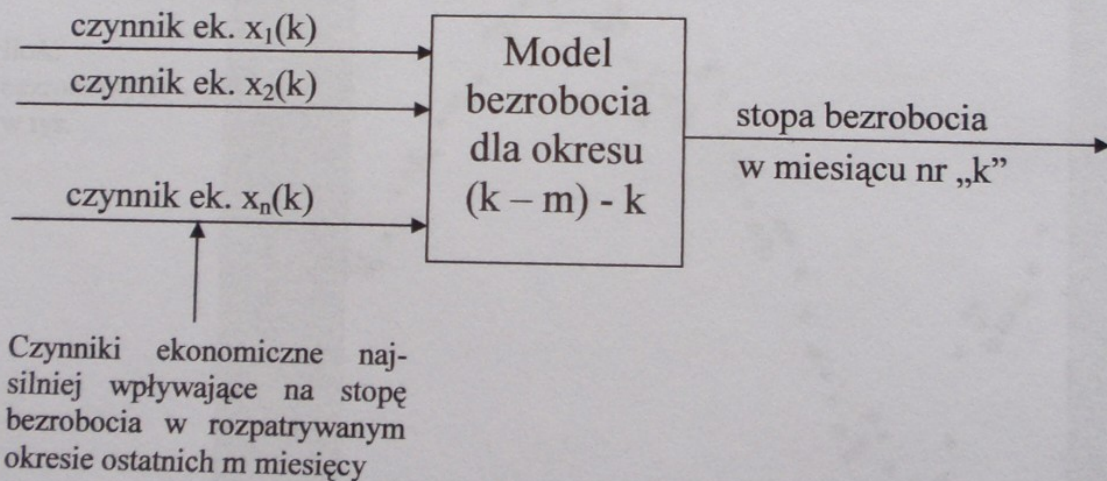


## Zastosowanie metod sztucznej inteligencji do wykrycia czynników ekonomicznych najlepiej wyjaśniających kształtowanie się poziomu bezrobocia w Polsce w okresie styczeń 1992 – grudzień 1999 (okres 96 miesięcy)

### Dlaczego temat powyższych badań jest b. ważny?

Bezrobocie w Polsce w latach 90-tych XX wieku, a także obecnie jest bardzo wysokie. Powoduje ono b. dużą emigrację zarobkową. Szacuje się, że w roku 2006 zagranicą pracuje około 2 000 000 (głównie młodych) Polaków. Zmniejszenie stopy bezrobocia umożliwia poprawę bytu tysięcy rodzin i zmniejsza emigrację. Aby zmniejszyć stopę bezrobocia rząd musi wiedzieć, które czynniki ekonomiczne należy zmieniać w danym roku i w jaki sposób (zwiększyć je czy zmniejszyć i o ile?). Problem wpływu na bezrobocie jest jednak bardzo trudny, bowiem siła i sposób wpływu (działanie stymulowane lub destymulowane) poszczególnych czynników ekonomicznych zmienia się z czasem. Siła wpływu czynnika  $x_i$ , która dotychczas była duża może nagle zniknąć. Natomiast czynnik  $x_j$ , który dotychczas nie wpływał na bezrobocie, w nowej sytuacji może znacznie zwiększyć swe znaczenie. Dlatego bardzo ważne jest tworzenie bieżących modeli bezrobocia na podstawie analizy sytuacji gospodarczej kraju w okresie ostatnich kilku lat i ciągła aktualizacja tych modeli każdego roku. Czym jest model bezrobocia?

Przedstawia to rys. 1



Rys.1. Ilustracja sensu modelu bezrobocia będącego przedmiotem omawianych badań.

## Jakie praktyczne korzyści może dać model bezrobocia?

Model bezrobocia przedstawiony na rys. 1 pozwala obliczyć stopę bezrobocia po wprowadzeniu do niego liczbowych wartości czynników ekonomicznych  $x_i$ . Dzięki temu można zbadać jak zmieniłaby się stopa bezrobocia, gdyby zmianie uległ jeden lub więcej czynników  $x_i$  o pewną konkretną wartość.

Dzięki temu rząd może badać potencjalne skutki swoich decyzji ekonomicznych i określić takie decyzje, które obniżą stopę bezrobocia.

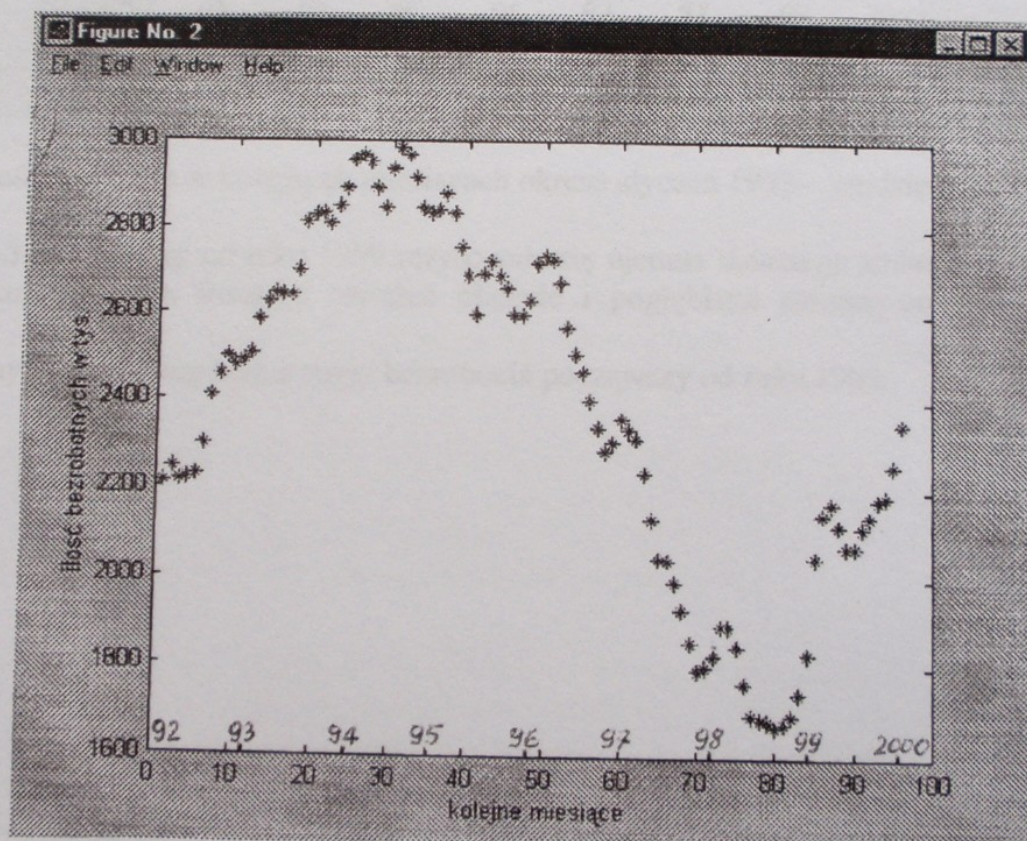
## Czym jest stopa bezrobocia?

Stopa bezrobocia informuje o tym, jaki procent ludności zawodowo czynnej jest w danym kraju bezrobotny.

$$\text{stopa bezrobocia [\%]} = \frac{\text{ilość bezrobotnych}}{\text{ilość ludności zawodowo czynnej}} * 100\%$$

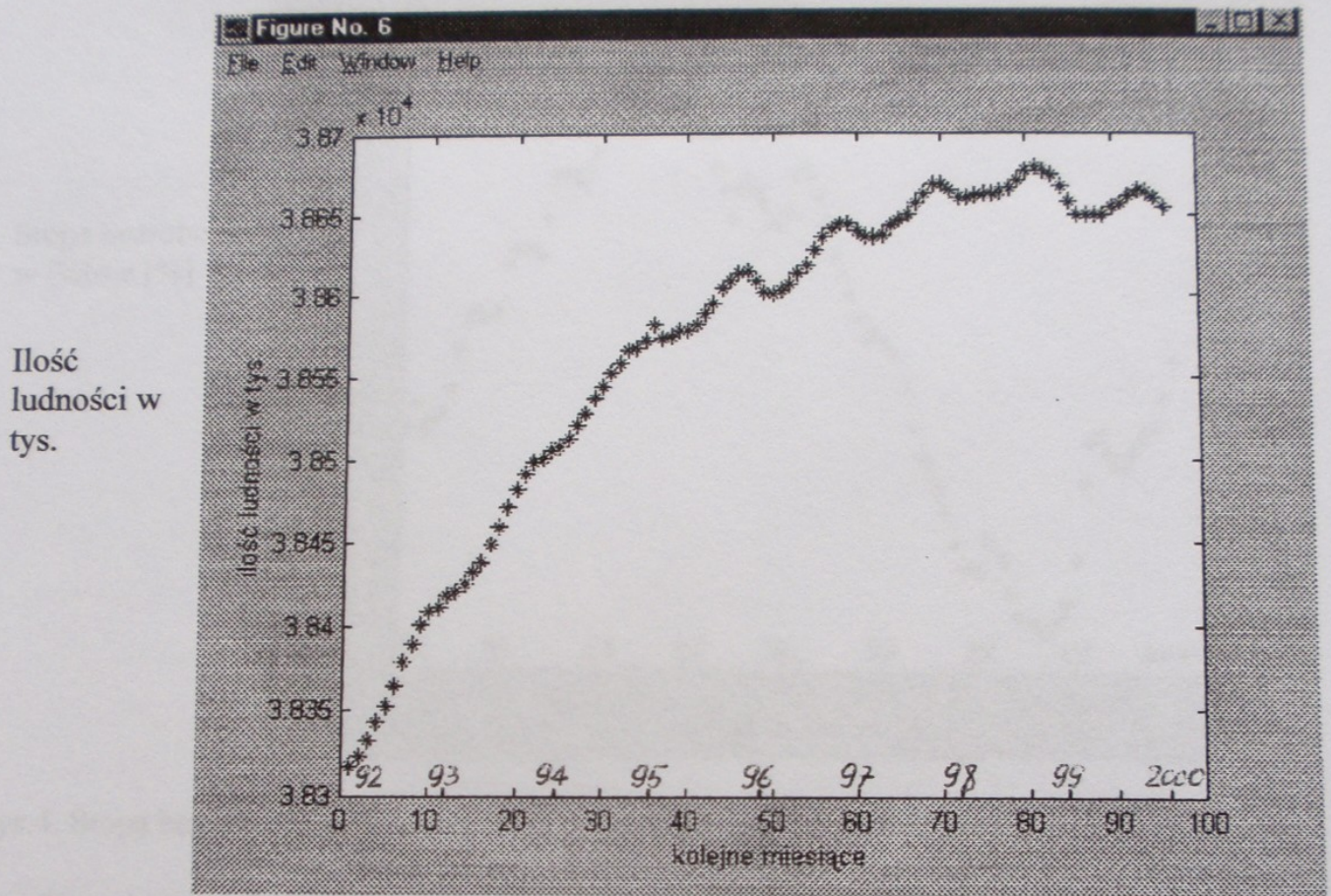
Zmiany liczby bezrobotnych w Polsce w roku 1992 do 2000 przedstawione są na rys.2 (licznik stopy bezrobocia).

Ilość  
bezrobotnych  
w tys.



Rys.2. Ilość bezrobotnych w Polsce w kolejnych miesiącach okresu styczeń 1992 – grudzień 1999

Zmiany ludności w Polsce (mianownika stopy bezrobocia) przedstawione są na rys 3.

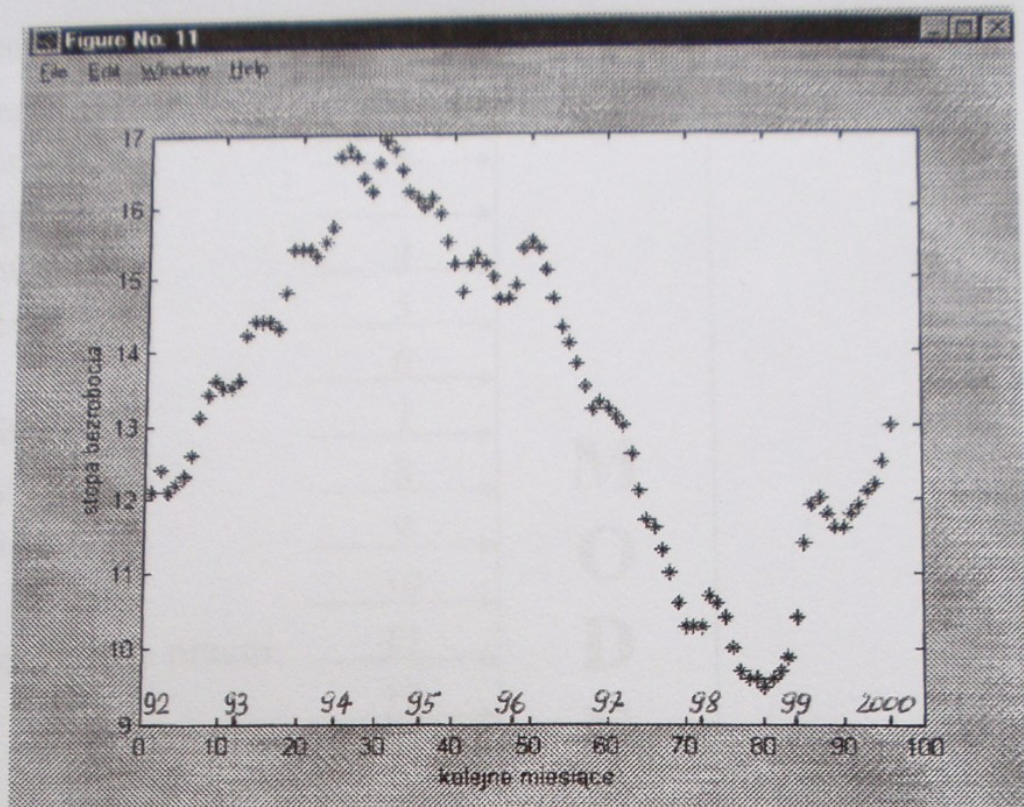


Rys. 3. Ilość ludności w Polsce w kolejnych miesiącach okresu styczeń 1992 – grudzień 1999.

Jak pokazuje rys. 3. Począwszy od roku 1999 zarysowała się ujemna tendencja zmian liczby ludności w Polsce, tendencja trwająca również obecnie i pogłębiana rosnącą emigracją zarobkową.

Na rys. 4. pokazany jest przebieg zmian stopy bezrobocia począwszy od roku 1992.

Stopa bezrobocia  
w Polsce [%]



Rys.4. Stopa bezrobocia w Polsce w okresie styczeń 1992 – grudzień 1999

## Jakie czynniki mogą wpływać na wysokość stopy bezrobocia?

Liczba takich czynników jest bardzo duża. Jednak część z nich wpływa na stopę bezrobocia w znikomym stopniu i może być pominięta.

Należy wyselekcjonować te czynniki, które prawdopodobnie najsilniej wpływają na stopę bezrobocia i tylko te czynniki poddać dalszemu dokładnemu i pracowalnemu badaniu. Należy starać się, aby liczba badanych czynników była jak najmniejsza gdyż znacznie zmniejsza to pracowalność badań.

Jak wstępnie wykryć czynniki, które prawdopodobnie są najbardziej istotne?

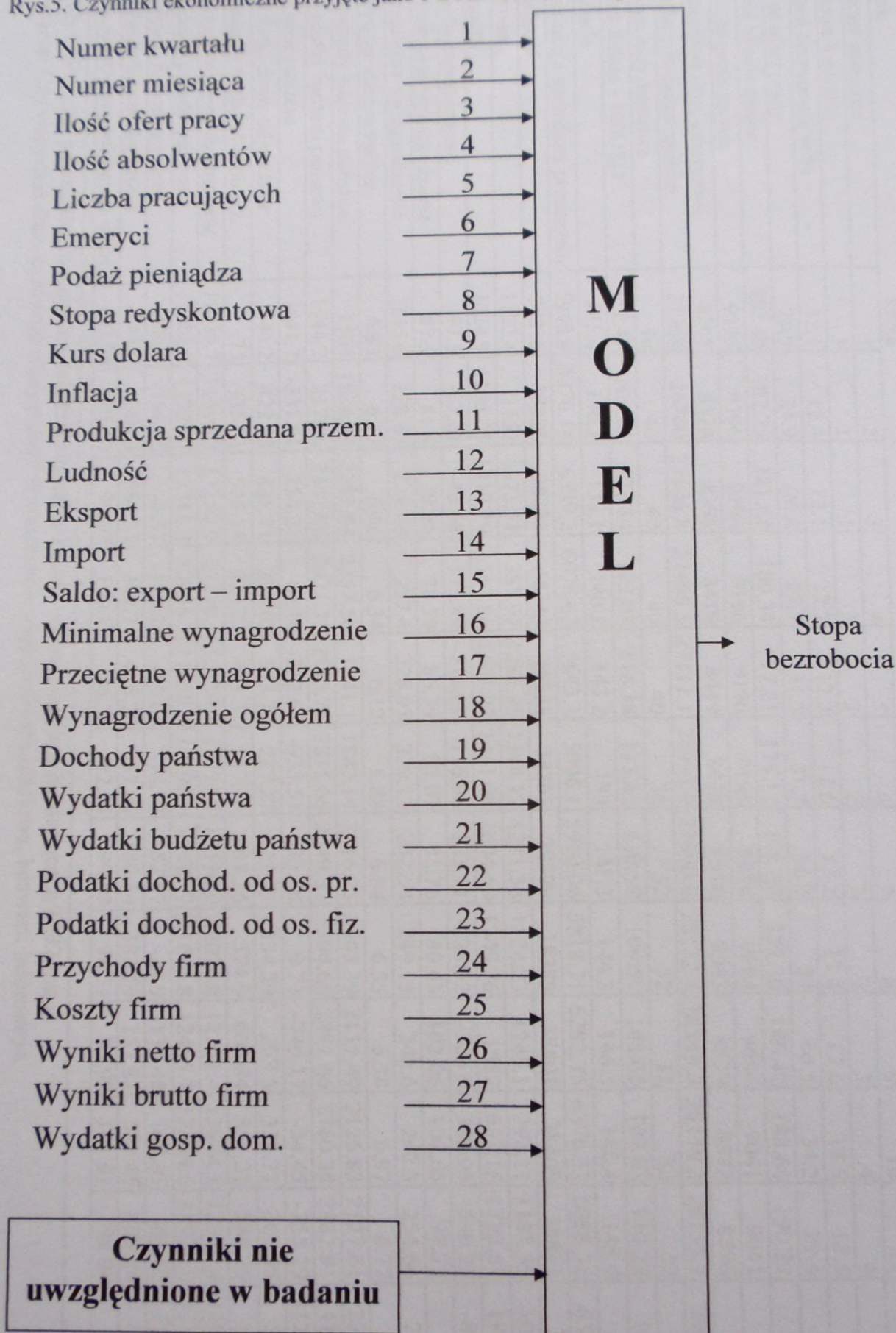
Można się tu posłużyć opiniami ekspertów – sławnych ekonomistów – zawartych w ich książkach i innych publikacjach dotyczących bezrobocia.

Po wprowadzeniu takiej analizy wykryto kilkadziesiąt takich czynników.

### Ale uwaga!

Wśród sławnych ekonomistów nie ma pełnej zgodności, co do tego, które czynniki i w jaki sposób wpływają na bezrobocie. Istnieje wśród nich wiele sprzeczności wynikających prawdopodobnie z faktu, że poszczególne osoby żyły w różnych krajach, w których panowały różne warunki ekonomiczne. Dlatego opinie ekspertów – ekonomistów należy traktować, jako wskazówki. Na rys. 5 przedstawiono 28 czynników, które wybrano, jako potencjalne czynniki do dalszych badań. **Nie są to wszystkie czynniki wskazywane przez ekonomistów lecz jedynie te, których wartości liczbowe można uzyskać z Głównego Urzędu Statystycznego.**

Rys.5. Czynniki ekonomiczne przyjęte jako POTENCJALNE wejścia modelu bezrobocia.



Pytanie: Jak zmniejszyć ilość wejść (wymiarowość modelu)?

Rok	1992											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Numer miesiąca	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Numer kwartału	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4
→ Stopa bezrobocia w %	12.1	12.4	12.1	12.2	12.3	12.6	13.1	13.4	13.6	13.5	13.5	13.6
→ Ilość ofert pracy	29.9	24.9	26.8	27.7	31.5	31.7	36.2	37	40.5	34.2	29.4	22.9
→ Ilość absolwentów	182.48	182.25	181.68	180.34	177.21	175.12	178.27	182.36	186.42	188.64	190.22	185.3
→ Liczba pracujących	9396	9396	9396	9196	9196	9196	9084	9084	9084	9041	9041	9041
Przeciętna ilość emerytów	8391	8370	8398	8419	8449	8478	8518	8543	8539	8572	8596	8622
→ Podaż pieniądza ogółem	27268	26740	27146.8	27496.5	27111.1	26993.0	27890.4	28132.4	28349.8	28158.3	28155.7	29088.6
Stopa redyskontowa	40	40	40	40	40	36	32	32	32	32	32	32
→ Kurs dolara - 100USD	112.47	109.93	122.84	122.03	118.38	113.81	110.58	109.59	108.65	107.03	110.22	109.32
→ Inflacja	145.4	140.1	138.1	140.2	143.2	139	141.3	144.3	146.5	146.4	145.4	143
→ Produkcja sprzedana przemysłu	5948.8	5370.14	6339.2	6076.67	5643.1	5906.1	5910.06	5818.71	6282.75	6376.52	6058.26	6328.78
→ Ludność	38318	38323	38333	38343	38353	38365	38379	38389	38401	38409	38411	38418
→ Export	1122.4	1152	1373.51	1387.97	1281.95	1344.12	1281.58	1124.23	1245.1	1292.11	1188.39	1083.41
→ Import	1024.9	1185.21	1417.19	1567.86	1501.03	1461.08	1604.69	1349.76	1552	1601.16	1728.61	1945.62
Saldo export-import	97.5	-33.21	-43.68	-179.89	-219.09	-116.96	-323.11	-225.52	-306.9	-309.05	-540.23	-862.21
Minimalne wynagrodzenie	87.5	81.4	79.96	78.39	86.39	83.07	81.76	80.63	102.06	100.65	97.72	95.53
Przeciętne wynagrodzenie	245.6	228.47	224.43	237.4	228.93	220.13	252.64	249.15	242.6	262.3	254.66	248.93
Wynagrodzenia ogółem	6.63	6.17	6.06	6.34	6.12	5.88	6.64	6.55	6.38	6.97	6.77	6.62
→ Dochody budżetu państwa	1503	1838.79	2287.84	2357.56	1941.1	1882.14	2216.25	2305.39	2135.49	2125.83	2127.61	2879.58
→ Wydatki budżetu państwa	1944.7	2170.6	2542.06	2421.71	2153.71	2815.66	2649.33	2304.66	2881.66	2160.28	2882.91	4170.67
Wynik budżetu	-441.7	-331.81	-254.21	-64.14	-212.61	-933.51	-433.08	0.73	-746.17	-34.45	-755.29	-1291.09
Podatki doch. od osób pr.	144.2	422.23	421.71	335.05	353.77	227.27	425.23	334.29	283.5	323.21	367.95	500.77
Podatki doch. od osób fiz.	73	335.81	505.14	521.22	463.31	517.76	467.26	574.9	600.84	551.22	588.29	634.08
Przychody przedsiębiorstw	11788.7	11596.2	13350.9	13129.7	12159.7	12733.7	12510.0	12074.8	12751.4	12944.8	12351.4	14627.16
Koszty przedsiębiorstw	11402.7	11228.7	12711.2	12636.2	11630.2	12292.9	12075.7	11605.8	12455.1	12344.6	11976.0	14713.14
Wynik finansowy netto	-190.8	-196.65	-4.57	-138.86	-59.61	-74.18	-52.57	-84.9	-130.48	168.95	-65.15	-1332.41
Wynik finansowy brutto	361.7	301.3	564.35	382.71	415.28	337.25	380.34	382.59	157.81	524.45	305.04	-726.99
Przeciętne wydatki gosp. dom.	102.95	95.77	94.07	100.12	96.55	92.84	99.89	98.51	95.92	101.91	98.94	96.71

Tab.1. Wartości potencjalnych wejść modelu bezrobocia w Polsce w poszczególnych miesiącach 1992 roku.

Pytanie: Czy wszystkie dane są równie wiarygodne? Wartościowa, częściowo-wartościowa, bezwart. informacja.

## Co oznacza określenie „Czynniki nieuwzględnione w badaniu” na rys. 5?

Są to czynniki wskazywane przez ekonomistów jako te, które prawdopodobnie wpływają na stopę bezrobocia, jednak Główny Urząd Statystyczny nie posiada danych liczbowych na ich temat. W związku z tym nie można ująć ich w badaniach.

Brak tych czynników, jeżeli faktycznie wpływają one na bezrobocie, może zmniejszyć dokładność obliczeń modelu bezrobocia.

## Czy wszystkie dane liczbowe o czynnikach ekonomicznych dostarczane przez GUS są dokładne?

W Tabeli 1, str. 6, przedstawiono przykładowe dane liczbowe poszczególnych czynników ekonomicznych analizowanych w badaniu.

Dane te sprawiają wrażenie bardzo dokładnych. Czy jednak rzeczywiście są dokładne?

Tabela 1 podaje np. że w styczniu 1992r **liczba pracujących** w Polsce wynosiła 9 mln 390 tys. osób.

Liczba ta określa jednak tylko liczbę osób, które w Urzędzie Pracy zarejestrowały się jako bezrobotne. Część z tych osób pracuje jednak „na czarno” bądź za granicą. Z drugiej strony, część osób, które rzeczywiście nie pracują nie zarejestrowały się w Urzędzie Pracy z różnych powodów. Tak więc liczba podawana przez GUS (9 mln 396 tys.) na pewno jest niedokładna. Ile wynosi jej błąd? Jaka jest liczba rzeczywiście pracujących osób w Polsce?

Zastanów się też, czy wartość miesięcznego **eksportu i importu** podawane przez GUS (Tab. 1) są dokładne? Jaki jest ich błąd?

Zwróć też uwagę na miesięczne **przychody i koszty** polskich firm w Tab. 1. Są one prawie równe. Dlaczego polskie firmy przekazują do urzędów wartości kosztów prawie identyczne z wartościami dochodów? Czy informacje te są prawdziwe?

Analizując dane o interesujących nas czynnikach ekonomicznych widać wyraźnie, że część z tych danych jest niedokładna (być może bardzo niedokładna) a ich błąd nie jest znany (nie ma praktycznej możliwości poznania prawdziwych wartości niektórych czynników). Powstaje więc zasadnicze pytanie:

## Czy na podstawie niedokładnych danych można opracować dokładny model stopy bezrobocia?

Odpowiedź na to pytanie jest następująca:

## **Należy podjąć taką próbę!**

Przedstawiony powyżej problem danych jest ogólnym problemem modelowania systemów, zjawisk i zależności ekonomicznych. Brak dokładnych danych (lub w ogóle brak pewnych danych) powodują, że wiele zależności ekonomicznych nie może być dokładnie zbadanych lub w ogóle nie może być zbadanych. Systemy ekonomiczne należą pod tym względem do najtrudniejszych. Jednak właśnie dlatego są bardzo interesujące.

## **Krok 1 konstruowania modelu bezrobocia**

Liczba 28 czynników, rys. 5, które mogą wpływać na stopę bezrobocia jest bardzo wysoka. Opracowanie modelu obliczającego stopę bezrobocia na podstawie wszystkich 28 czynników byłoby bardzo pracochłonne i prawdopodobnie niepotrzebne, bowiem część z nich (być może duża część) w znikomym stopniu wpływa na stopę bezrobocia. Dlatego należy spośród wszystkich 28 czynników wykryć te, które są najistotniejsze a pozostałe czynniki odrzucić. Odrzucić należy jednak nie tylko te czynniki, które bardzo słabo wpływają na stopę bezrobocia lecz również takie, które wpływają na stopę w jednakowy sposób, bowiem ich wartości są ze sobą skorelowane. W pierwszej kolejności przeprowadzona zostanie ocena siły wpływu poszczególnych czynników ekonomicznych na stopę bezrobocia, czyli ocena istotności tych czynników.

## **Ocena siły wpływu poszczególnych czynników ekonomicznych na stopę bezrobocia.**

Wielkość stopy bezrobocia nie kształtuje jeden, pojedynczy czynnik ekonomiczny  $x_i$ . O wielkości tej stopy decyduje wiele czynników ekonomicznych – pewien zespół czynników. Być może są to czynniki:

$$X_1, X_4, X_9, X_{10}, X_{15}, X_{20}, X_{24}, X_{28}$$

Być może są to czynniki:

$$X_3, X_{12}, X_{19}$$



Aby zbadać jaki zespół czynników oddziałuje na stopę bezrobocia należałoby przebadać ogromną liczbę wszystkich możliwych zespołów (kombinacji) czynników ekonomicznych jedno-, dwu-, trzy-, ..., 28-elementowych. Z tego powodu oraz względów praktycznych stosuje się często uproszczone i przybliżone badania istotności czynników wejściowych modelu. Najprostszą metodą badania istotności czynników wejściowych jest **metoda „jeden na jeden”** w której próbuje się określić jak jeden pojedynczy czynnik wejściowy  $x_i$  wpływa na wyjście  $y$  modelu

$$\begin{array}{l} X_1 \rightarrow Y \\ X_2 \rightarrow Y \\ \vdots \\ X_{28} \rightarrow Y \end{array}$$

Istnieje wiele metod oceny istotności (siły wpływu) pojedynczych czynników wejściowych  $x_i$  na wyjście  $y$ . Najbardziej znaną jest **metoda korelacji liniowej**. Metoda ta może być stosowana tylko wówczas, gdy wpływ danej zmiennej  $x_i$  na  $y$  jest w przybliżeniu liniowy, tzn. ze zmianą zmiennej  $x_i$  zmienna  $y$  zmienia się (w przybliżeniu) proporcjonalnie. Jednak w większości systemów i obiektów rzeczywistych zależności istniejące między zmiennymi są nieliniowe (nieproporcjonalne). W takich wypadkach metoda korelacji liniowej daje błędną informację o sile wpływu badanej zmiennej  $x_i$ . Dlatego najlepiej jest stosować metody badania istotności opracowane dla systemów nieliniowych. Dają one prawidłowy wynik również w przypadku systemów liniowych, które są szczególnym przypadkiem systemów nieliniowych.

Jedną z łatwiejszych metod badania istotności pojedynczych wejść systemu nieliniowego jest metoda opracowana przez amerykańskiego naukowca Cunninghama, który zajmował się badaniem systemów ekonomicznych z ogromną liczbą wejść dochodzącą do 200. Opracowanie modeli takich systemów wymuszało przeprowadzanie badań istotności i redukcję nieistotnych lub mało istotnych wejść.

**Jak bada się siłę wpływu pojedynczych wejść  $x_i$  systemu metodą Cunninghama?**

Przed rozpoczęciem badania istotności korzystnie jest **znormalizować** wszystkie zmienne  $x_i$  oraz zmienną  $y$  do jednakowego zakresu zmian  $[0,1]$ . W tym celu najmniejszej wartości  $x_{imin}$  zmiennej  $x_i$  jaka występowała w rozpatrywanym okresie styczeń 1992 – grudzień 1999 przypisujemy wartość 0 a największej wartości  $x_{imax}$  wartość 1. Pozostałe wartości tej zmiennej przeliczamy na zakres  $[0,1]$  według wzoru:

normalizacja zmiennej  $x_i$        $X_{izn} = \frac{X_i - X_{imin}}{X_{imax} - X_{imin}}$

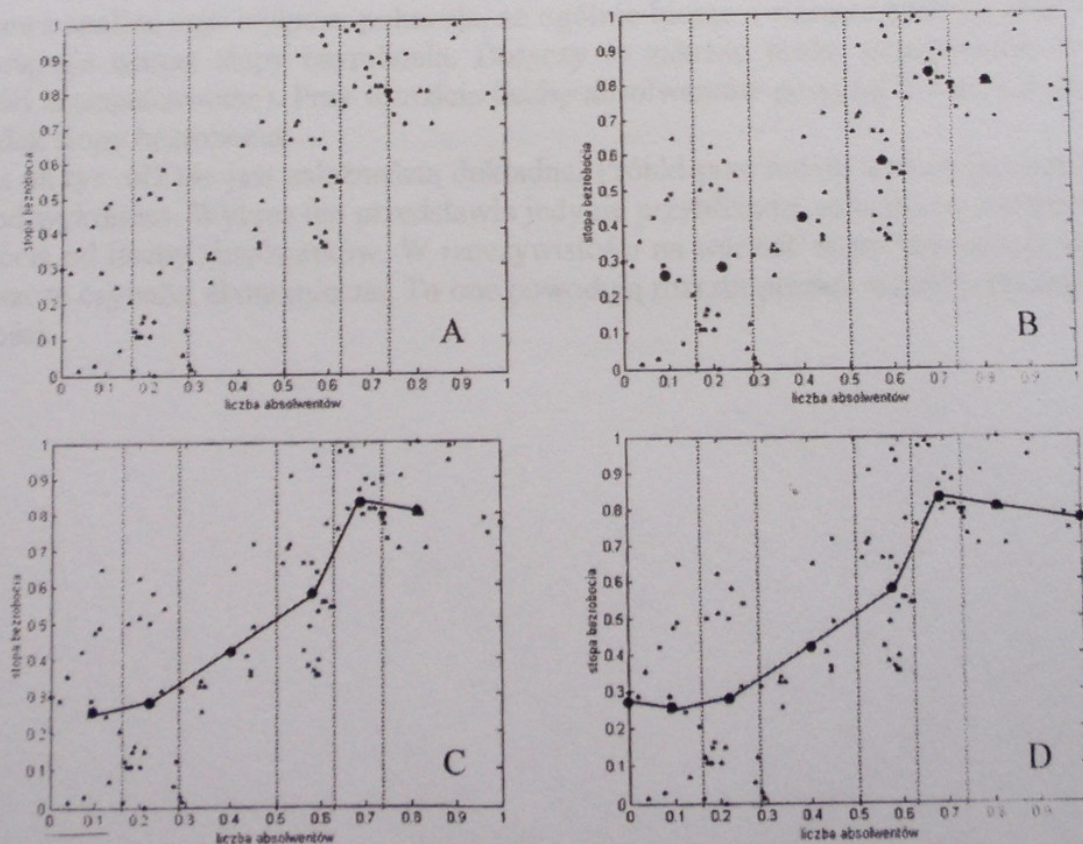
Następnie należy opracować **model średniej zależności zmiennej wyjściowej  $y$  – stopy bezrobocia od danej zmiennej wejściowej  $x_i$ :**

$$y = f(x_i)$$

Model taki można opracować np. metodą **środków ciężkości stref** lub z użyciem sieci neuronowej.

### Opracowanie jedno-argumentowego modelu $y = f(x_i)$ metodą **środków ciężkości stref**.

Poszczególne etapy opracowywania modelu przedstawione są na rys. 6.



Rys. 6. Etapy modelowania przy wykorzystaniu metody **środków ciężkości stref** modelu.

Na rys. 6 przedstawiono proces opracowywania modelu przeciętnej zależności stopy bezrobocia  $y$  od zmiennej „liczba absolwentów”. Na wykres nanosi się próbki pomiarowe – punkty odpowiadające poszczególnym 96 miesiącom badanego okresu. Jeden punkt reprezentuje stan jednego określonego miesiąca i posiada współrzędne:

- Liczba absolwentów, którzy zarejestrowali się w urzędzie pracy w tym miesiącu oraz
- Stopa bezrobocia jaka istniała w Polsce w danym miesiącu.

Na rys. 6 współrzędne te podane są w skali znormalizowanej do zakresu  $[0,1]$ . Następnie cały wykres zawierający 96 próbek podzielony został na 6 stref, w ten sposób, aby każda strefa zawierała jednakową liczbę 16 próbek. Dzięki temu, każda strefa zawiera jednakową ilość informacji. Nie występują strefy całkowicie pozbawione informacji co mogłoby się zdarzyć przy wprowadzeniu stref o jednakowej szerokości (przy większej liczbie stref). Nie występuje też nierównomierne wsparcie poszczególnych stref informacją pomiarową.

Następnie dla próbek zawartych w każdej ze stref obliczony zostaje środek ciężkości, czyli punkt, którego współrzędna  $y_c$  jest średnią wartością  $y_i$  wszystkich punktów – próbek strefy a współrzędna  $x_c$  średnią wartością  $x_j$  próbek strefy (rys. 6B). Łącząc środki ciężkości poszczególnych stref ze sobą otrzymujemy niekompletny wykres średniej zależności stopy bezrobocia od liczby absolwentów (rys. 6C). Aby uzyskać wykres kompletny przedłużamy go do prawego i lewego końca zakresu w ten sposób, aby suma odległości wszystkich próbek znajdujących się poniżej i powyżej przedłużeń była jednakowa. W ten sposób uzyskujemy kompletny wykres średniej zależności przedstawiony na rys. 6D.

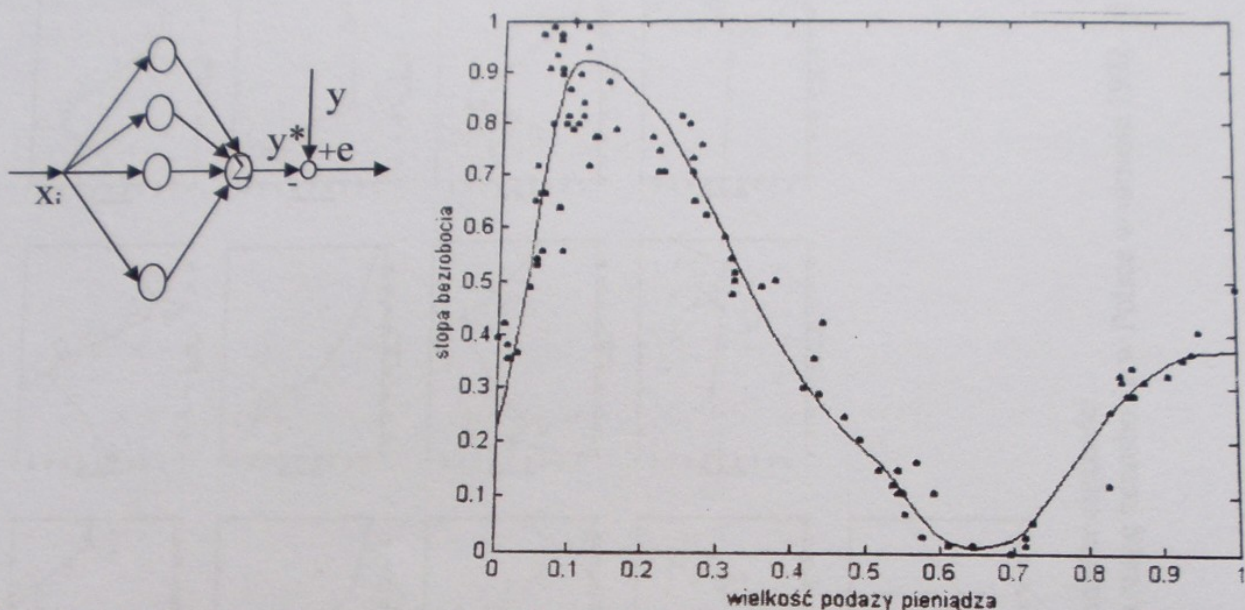
## O czym informuje nas wykres średniej zależności $y = f(x_i)$ z rys. 6 D?

Wzrokowa analiza tego wykresu pokazuje, że ogólnie biorąc z wzrostem liczby absolwentów ( $x_i$ ) następuje wzrost stopy bezrobocia. Dotyczy to zakresu liczby absolwentów 0 do 0.7 (wartości znormalizowane). Przy wzroście liczby absolwentów powyżej 0.7 do 1.0 obserwuje się spadek stopy bezrobocia.

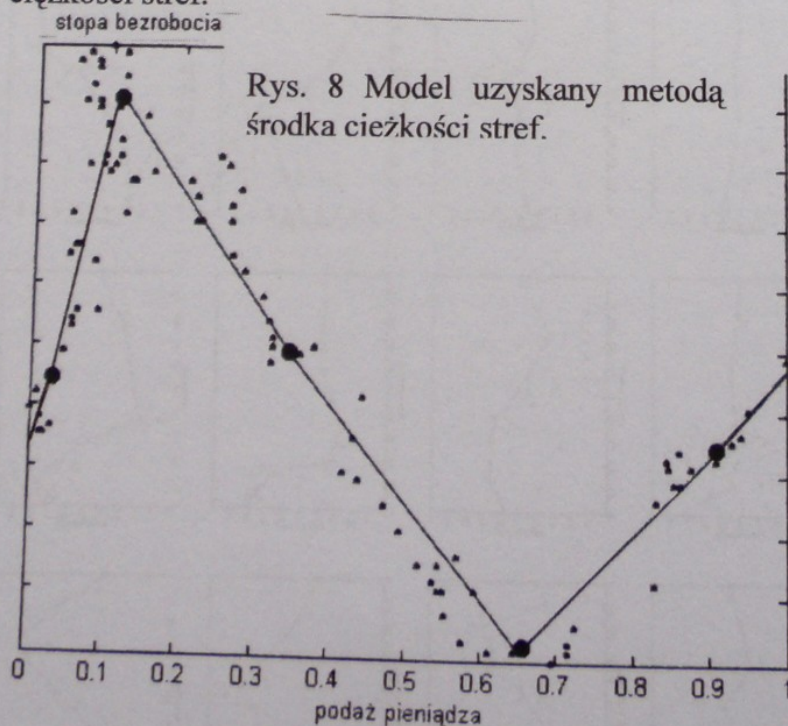
Wykres na rys. 6D nie jest zależnością dokładną. Próbkę pomiarowe występują zarówno nad jak i pod wykresem. Wykres ten przedstawia jedynie przybliżoną, uśrednioną zależność stopy bezrobocia od liczby absolwentów. W rzeczywistości na wartość stopy bezrobocia wpływają inne jeszcze czynniki ekonomiczne. To one powodują rozrzut próbek wokół wykresu średniej zależności.

## Konstruowanie jedno-argumentowego modelu $y = f(x_i)$ z użyciem sztucznej sieci neuronowej.

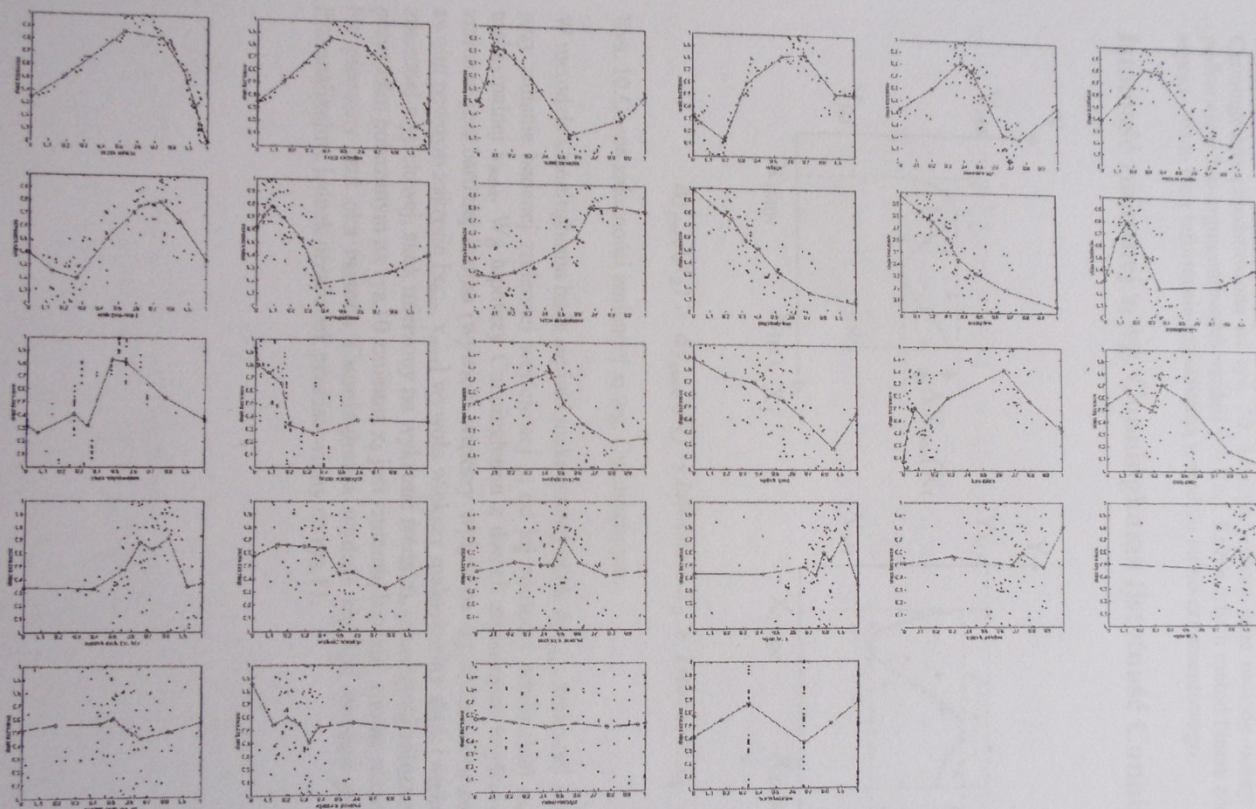
Sztuczna sieć neuronowa (SSN) uczona jest próbkami pomiarowymi reprezentującymi poszczególne miesiące badanego okresu 01.1992 – 12.2000. Na rys. 7 pokazany jest ogólny schemat SSN oraz charakterystyka modelu zależności stopy bezrobocia od wielkości podaży pieniądza w Polsce.



Rys. 7 Jeden z jedno-argumentowych modeli bezrobocia uzyskany z użyciem sieci neuronowej. Przybliżona zależność stopy bezrobocia od wielkości podaży pieniądza. Modele neuronowe  $y = f(x_i)$  mają zwykle zaokrąglone i lepiej dopasowane do próbek charakterystyki aniżeli modele uzyskane metodą środka ciężkości. Dla porównania na rys. 8 pokazano model zależności stopy bezrobocia od wielkości podaży pieniądza uzyskany metodą środków ciężkości stref.



Rys. 8 Model uzyskany metodą środka ciężkości stref.

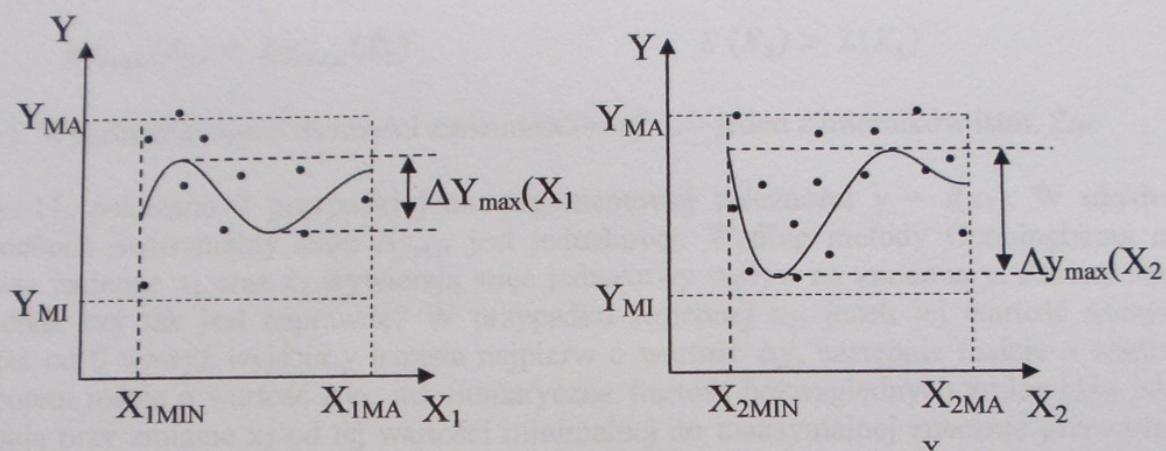


Rys. 9. Jednoargumentowe modele wykonane przy wykorzystaniu metody środków ciężkości.  
 Pierwszy etap badania istotności czynników ekon.  $x_i$  wpływających na stopę bezrobocia w Polsce w okresie 1992 – 1999.

## Jak na podstawie jednoargumentowych modeli $y = f(x_i)$ ocenić siłę wpływu poszczególnych wejść $x_i$ na wyjście $y$ ?

Na podstawie modeli jedno-argumentowych  $y = f(x_i)$  można dokonać jedynie przybliżonej, nie w pełni dokładnej oceny siły wpływu czyli istotności poszczególnych wejść  $x_i$ . Ocena ta ma jedynie charakter przybliżony. Najprostszą metodą dokonania tej oceny jest metoda Cunninghama przedstawiona na rys. 10. Istnieją jeszcze inne metody oceny istotności na podstawie jedno-argumentowych modeli  $y = f(x_i)$ . Każda z tych metod bierze pod uwagę inny aspekt – bada inną informację uzyskiwaną z modelu jedno-argumentowego.

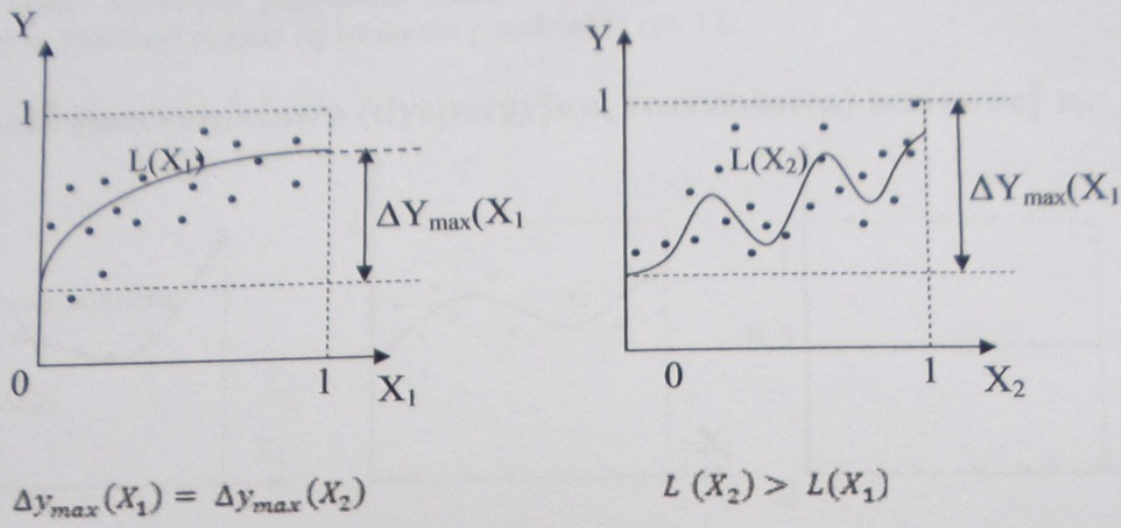
### Istotność zmiennej $x_i$ wg. Cunninghama (istotność Cunninghama)



$$\Delta y_{max}(X_2) > \Delta y_{max}(X_1) \rightarrow \text{Istotność } X_2 > \text{Istotność } X_1$$

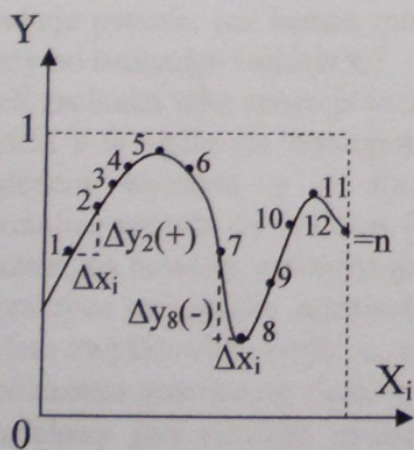
Rys. 10. Ocena zależności zmiennej  $x_i$  wg. Cunninghama.

W metodzie Cunninghama bada się jaki maksymalny skok  $\Delta y_{max}$  zmiennej zależnej  $y$  nastąpi przy zmianie badanej zmiennej wejściowej  $x_i$  od jej wartości minimalnej  $x_{imin}$  do wartości maksymalnej  $x_{imax}$ . Wg hipotezy Cunninghama z dwóch zmiennych wejściowych  $x_1$  i  $x_2$  ta zmienna jest bardziej istotna (wywiera większy wpływ na wyjście), która zmieniając się w swoim pewnym zakresie  $[x_{min}, x_{max}]$  wywoła większy maksymalny skok (większą zmianę)  $\Delta y$  zmiennej wyjściowej, skok mierzony na wykresie średniej, przeciętnej zależności  $y = f(x_i)$ . W przypadku pokazanym na rys. 10 zmienna  $x_2$  jest zmienną bardziej istotną niż zmienna  $x_1$ . Na pierwszy rzut oka **metoda Cunninghama wydaje się być bardzo przekonująca**. Przeanalizujmy jednak przypadek przedstawiony na rys. 11.



Rys.11. Wyjaśnienie sensu istotności zmiennościowej: L – jeden z mierników istot. Zm.

Na rys.11. pokazano 2 przypadki jedno-argumentowej zależności  $y = f(x_1)$ . W obydwu przypadkach maksymalny skok  $\Delta y_{\max}$  jest jednakowy. Według metody Cunninghama ma obydwie zmienne  $x_1$  oraz  $x_2$  wywierają więc jednakowy wpływ na zmienną  $y$ . Zastanówmy się jednak czy tak jest naprawdę? W przypadku zmiennej  $x_2$ , jeżeli jej wartość zaczyna narastać od 0 wzwyż wyjścia  $y$  narasta najpierw o wartość  $\Delta y$ , następnie maleje o wartość  $\Delta y_2$ , potem rośnie o wartość  $\Delta y_3$ , itd. Sumaryczna wartość bezwzględnych zmian  $|\Delta y_i|$  jakie następują przy zmianie  $x_2$  od tej wartości minimalnej do maksymalnej znacznie przewyższa całkowity skok  $\Delta y_{\max}(x_1)$  zmiennej  $x_1$ . Zmienna  $x_2$  wywołuje więc więcej zmian  $|\Delta y|$  zmiennej wyjściowej niż zmienna  $x_1$ , jest więc bardziej istotna, ma większy wpływ na wyjście  $y$ . Ponieważ w omawianej tu metodzie mierzy się nie maksymalną zmienność  $\Delta y_{\max}(x_i)$  jak w metodzie Cunninghama lecz zmienność całkowitą  $\sum |\Delta y_{ij}|$  wywołaną pewną zmianą wejścia  $x_i$  metoda ta została nazwana **metoda istotności zmiennościowej**. Sposób obliczenia istotności zmiennościowej przedstawiono na rys. 12. Inną miarą istotności zmiennościowej może być długość  $L$  wykresu  $y = f(x_i)$ , rys.11.



Dokładna suma bezwz. zmian wysokości krzywej

$$ZW = \int_0^1 |dy(x_i)| = \int_0^1 |\dot{y}(x_i)| dx_i$$

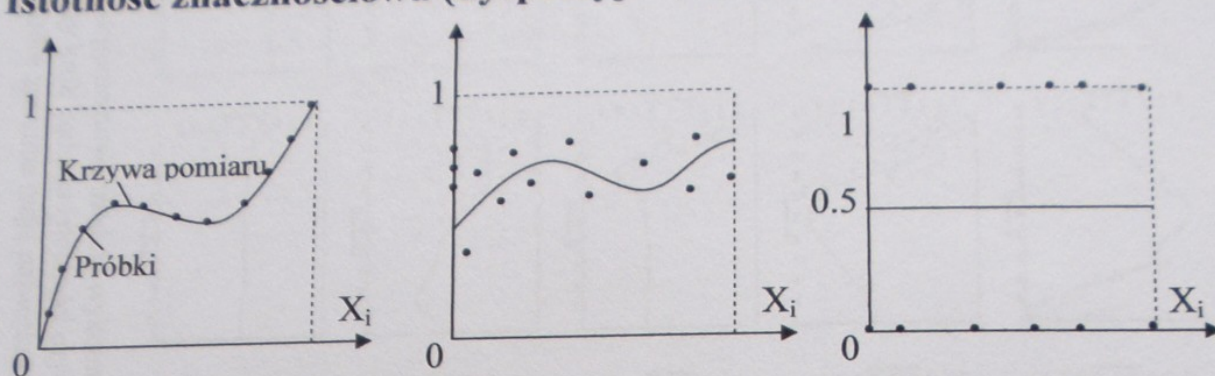
Przybliżona suma zmian bezwzgl. wys. krzywej

$$ZW = \sum_{j=1}^n |\Delta y_j|$$

Rys. 12. Sposoby obliczania wskaźnika istotności zmiennościowej ZW zmiennej  $x_i$  modelu  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$  rozważanego problemu.

Oprócz metody Cunninghama i istotności zmiennościowej istnieją jednak także dalsze metody oparte na innych pomysłach. Jedną z takich metod jest istotność znaczącościowa zmiennej  $x_i$ . Ilustrację pojęcia tej istotności przedstawia rys. 13.

### Istotność znaczącościowa (dyspersyjna, rozrzutowa) zmiennej $x_i$ .



a) Jednoznaczna (pełna) zależność  $y$  od  $x_i$

b) Częściowa zależność  $y$  od  $x_i$

c) Dwuznaczna (zerowa) zależność  $y$  od  $x_i$

Rys.13. Wyjaśnienie pojęcia istotności znaczącościowej zmiennej  $x_i$  modelu

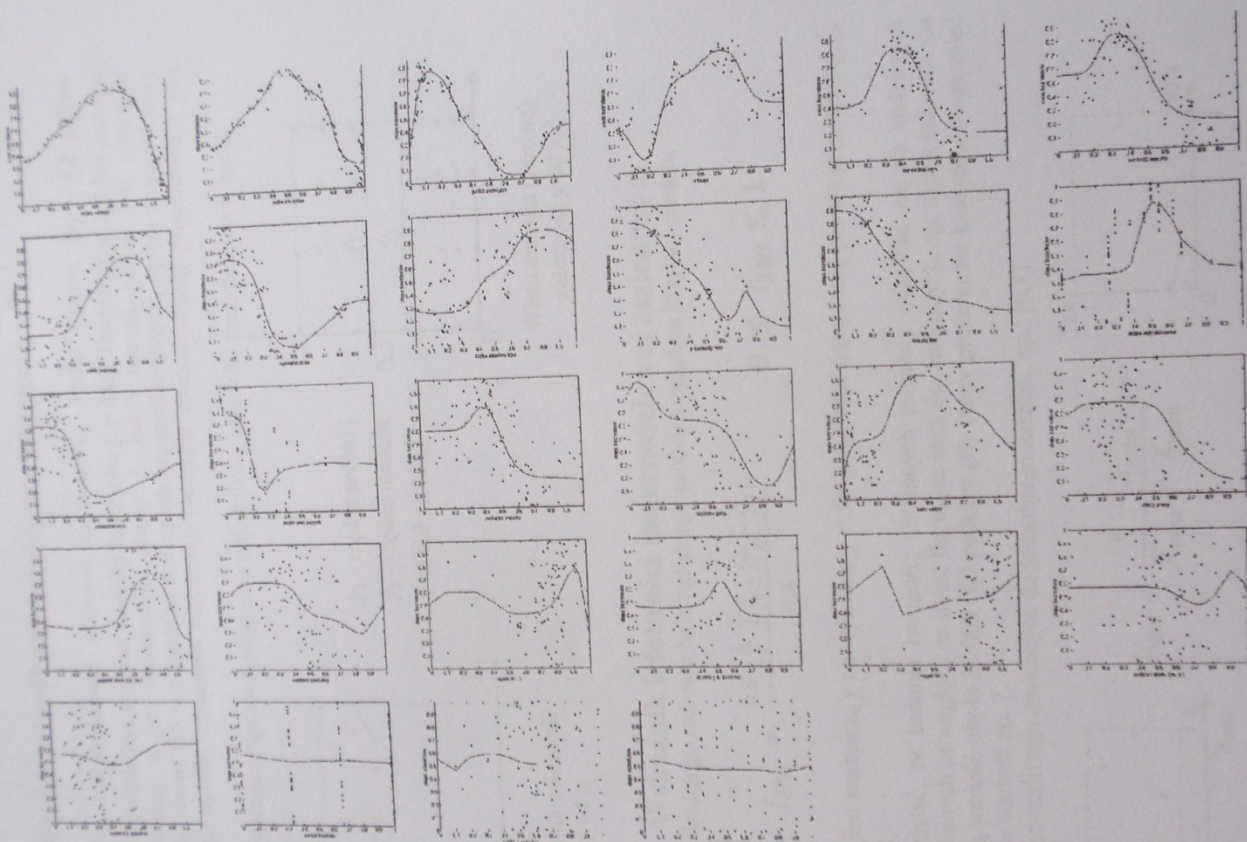
Teoria istotności znaczącościowej jest następująca: o wywieranie wpływu na zmienną zależną  $y$  podejrzewamy wiele zmiennych  $x_i$ . Jeżeli spośród tych wszystkich zmiennych pewna zmienna posiada wykres średniej zależności  $y = f(x_i)$  tak jak na rys. 13a, tzn. wykres na którym wszystkie próbki pomiarowe leżą na wykresie i nie wykazują względem niej żadnego rozrzutu, oznacza to, że **tylko ta zmienna** wywiera wpływ na wyjście  $y$  a pozostałe zmienne  $x_j$  nie. Gdyby zmienne  $x_j$  poza zmienną  $x_i$  miały wpływ na  $y$  to zależność  $y = f(x_i)$  nie byłaby pełna (rys. 13a) lecz częściowa (rys. 13b), gdyż właśnie wpływ innych zmiennych wywołuje rozrzut próbek względem wykresu średniej zależności  $y = f(x_i)$ . Jeżeli zmienna  $y$  zależy tylko od jednej zmiennej  $x_i$  (sytuacja rzadka) to mówimy, że zależność ta ma charakter jednoznaczny (rys. 13a).

Jeżeli nie tylko zmienna  $x_i$  wpływa na  $y$  to mówimy, że zależność  $y$  od  $x_i$  jest częściowa (niepełna, niejednoznaczna), rys. 13b.

Powstaje pytanie, jak będzie można rozpoznać przypadek w którym wyjście  $y$  w ogóle nie zależy od badanego wejścia  $x_i$ ?

Jeżeli zachodzi taka sytuacja to ze zmianą zmiennej  $x_i$  w jej pełnym zakresie średnia zmiana wyjścia  $y$  w ogóle nie występuje, rys. 13c, a próbki pomiarowe mają maksymalny rozrzut względem wykresu  $y = f(x_i)$  czyli rozrzut równy 0.5 w przypadku zmiennych znormalizowanych do zakresu  $[0,1]$ . Mówimy wtedy, że zależność zmiennej  $y$  od  $x_i$  jest dwuznaczna bowiem  $y$  przyjmuje tylko 2 wartości: albo minimalną (0) albo maksymalną (1). W praktyce najczęściej zależność wyjścia  $y$  od danej zmiennej  $x_i$  jest częściowa (rys. 13b) bowiem zwykle wiele wejść  $x_i$ , a nie wyłącznie jedno, wywiera wpływ na wyjście  $y$ . Na rys. 14 pokazano neuronowe modele  $y = f(x_i)$  dla poszczególnych zmiennych. Zwróć uwagę, że **im większy jest rozrzut próbek na wykresie tym bardziej poziomy staje się wykres zależności  $y = f(x_i)$ .**



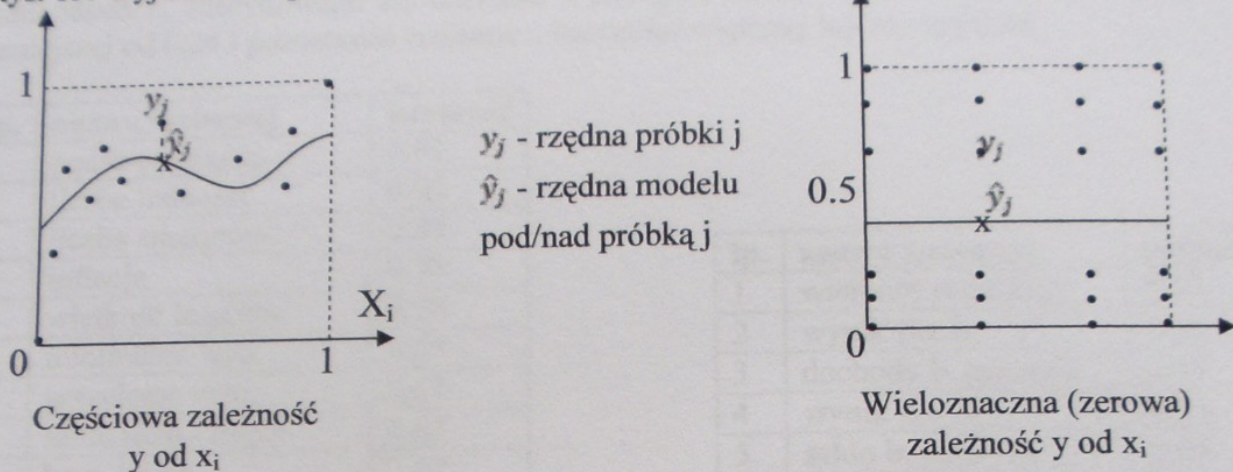


Rys. 14. Jednoargumentowe modele wykonane przy wykorzystaniu sieci perceptronowych.  
Pierwszy krok badania istotności czynników ekonomicznych  $x_i$  wpływających na stopę bezrobocia w Polsce.  
Oceń, które zmienne mają największy wpływ na stopę bezrobocia.

## Jak obliczyć istotność znaczącości zmiennej $x_i$ ?

O istotności znaczącości zmiennej  $x_i$  świadczy średni rozrzut  $|y_j - \hat{y}_j|$  próbek pomiarowych względem wykresu średniej zależności  $y = f(x_i)$ . Jeżeli rozrzut ten jest zerowy, wpływ zmiennej  $x_i$  jest maksymalny równy 1. Jeżeli rozrzut próbek jest natomiast maksymalny, równy 0.5 w przypadku zmiennych znormalizowanych, wpływ znaczącościowy jest zerowy. Sposób obliczania wskaźnika istotności znaczącościowej przedstawiony jest poniżej.

Rys. 15. Wyjaśnienie sposobu obliczania wskaźników istotności znaczącościowej zm.  $x_i$ .



## Wskaźnik istotności znaczącościowej zmiennej $x_i$

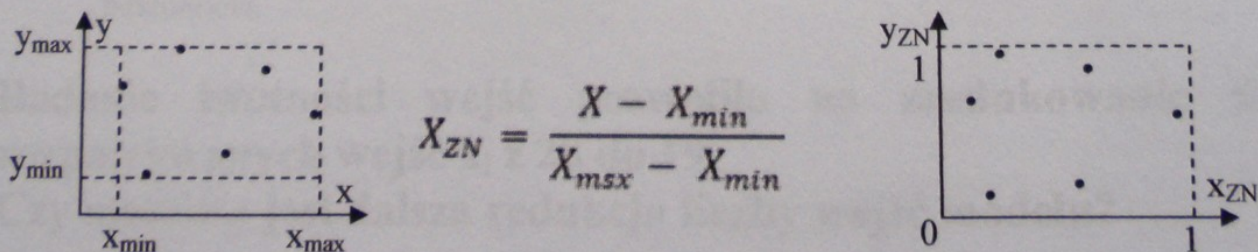
Porównania średniego rozrzutu bezwzględnego próbek względem krzywej modelu

$$I_{ZNI} = \frac{0.5 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |y_j - \hat{y}_j|}{0.5} \quad 0 \leq I_{ZNI} \leq 1$$

Wartość  $\hat{y}_j$  jest wartością  $y$  na wykresie  $y = f(x_i)$  odpowiadającą danej próbce pomiarowej  $y_j$ , patrz rys. 15.

Należy pamiętać, że badania istotności zmiennych powinny odbywać się na zmiennych znormalizowanych ze względu na różne liczbowe wartości zmiennych, np. liczba ludności ma maksymalną wartość około 38 000 000 podczas gdy stopy procentowe kredytów mogą mieć maksymalnie wartość np. 7.

**Warunek:** normalizacja zmiennych do jednolitego zakresu, np.:  $[0,1]$



Rys. 16. Wstępne przetwarzanie informacji o problemie – normalizacja danych

## Przybliżony wstępny ranking istotności wejść $x_i$ modelu bezrobocia w Polsce w latach 1992 – 1999.

Jak pokazano wcześniej, istnieje wiele metod oceny istotności wejść  $x_i$  modelu wynikających z różnych koncepcji i sposobu oceny istotności. Jak w takiej sytuacji dokonać oceny siły wpływu poszczególnych wejść i wykryć najmniej istotne wejścia  $x_i$ ?  
W omawianym badaniu bezrobocia użyto jednocześnie kilku metod i na ich podstawie określono dla każdej zmiennej średnią istotność. Po analizie wyników dla wszystkich 28 zmiennych  $x_i$  zdecydowano się odrzucić z dalszych badań wszystkie zmienne o istotności mniejszej od 0.24 i pozostawić zmienne o istotności większej lub równej 0.24.

lp.	nazwa zmiennej	istotność
1	podaż pieniądza	0.95
2	liczba ludności	0.90
3	liczba emerytów	0.89
4	inflacja	0.74
5	wielkość importu	0.70
6	minimalne wyn.	0.69
7	przeciętne wyn.	0.67
8	saldo (exp.- imp.)	0.62
9	kurs dolara	0.60
10	stopa redyskontowa	0.59
11	wynagrodzenia	0.51
12	przychody firm	0.49
13	wydatki gosp.	0.41
14	liczba pracujących	0.41
15	oferty pracy	0.40
16	koszty firm	0.35
17	podatek doch. (os. fiz.)	0.32
18	wielkość eksportu	0.30
19	liczba absolwentów	0.24

lp.	nazwa zmiennej	istotność
1	wielkość produkcji	0.10
2	wynik fin. b.	0.06
3	dochody b. państwa	0.04
4	wynik fin. n.	0.03
5	saldo b. państwa	0.03
6	podatek doch. (os. pr.)	0.02
7	wydatki b. państwa	0.02
8	numer miesiąca	0.00
9	numer kwartału	0.00

Zmienne o znikomej istotności (mniejszej od 0.24) odrzucone z dalszych badań

Zmienne najbardziej istotne

Tabela 2. Wyniki badania istotności poszczególnych czynników ekonomicznych  $x_i$  w oparciu o jedno-argumentowe wykresy średniej zależności  $y = f(x_i)$ , gdzie  $y$  – stopa bezrobocia.

**Badanie istotności wejść pozwoliło na zredukowanie liczby rozpatrywanych wejść  $x_i$  z 28 do 19.**

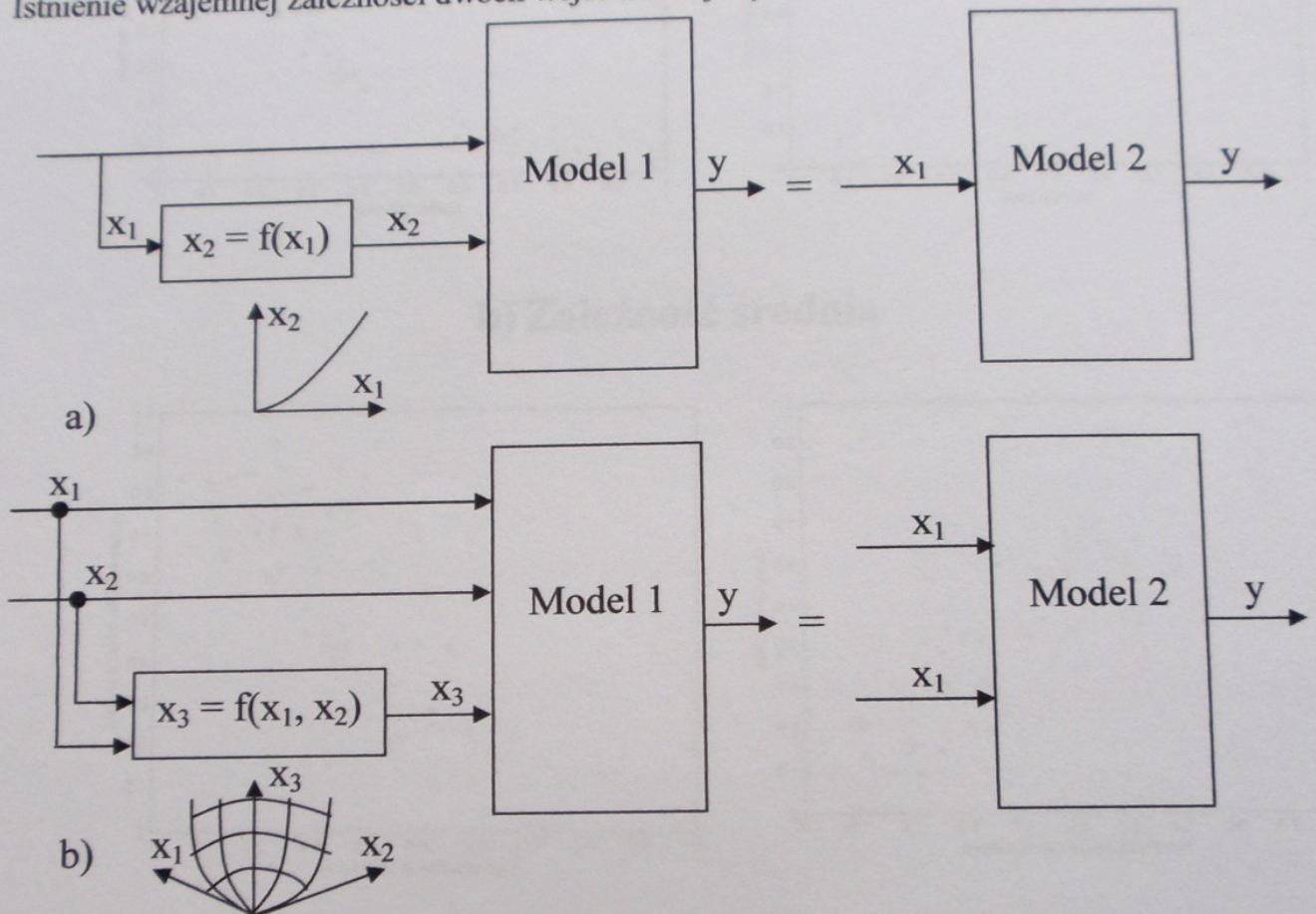
**Czy możliwa jest dalsza redukcja liczby wejść modelu?**

## Badanie współzależności (wzajemnej korelacji) wejść modelu w celu dalszej redukcji ich liczby

Niektóre pary  $(x_i, x_j)$  wejść modelu lub też grupy wielu wejść (3,4 wejścia itd.) mogą być od siebie silnie a nawet całkowicie zależne.

Objawia się tym, że wejście  $x_j$  zależne od wejścia  $x_i$  zmienia się tylko wówczas, gdy zmienia się wartość wejścia  $x_i$ , a sposób tych zmian czyli charakter zależności określony jest pewną funkcją  $x_j = f(x_i)$ .

Istnienie wzajemnej zależności dwóch wejść ilustruje rys. 17.



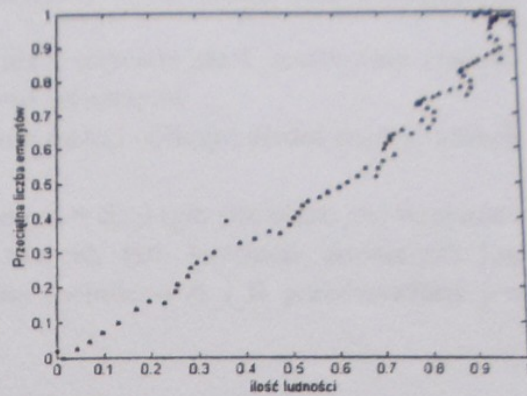
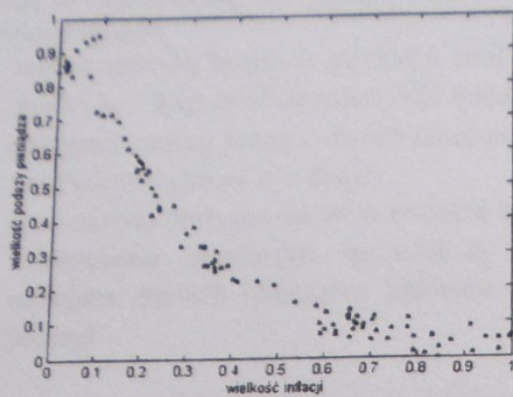
Rys. 17. Wyjaśnienie zjawiska wejść zależnych modelu (zależnych czynników ekon.)

- wejście  $x_2$  zależy od jednego wejścia  $x_1$
- wejście  $x_3$  zależy od dwóch innych wejść ( $x_1, x_2$ )

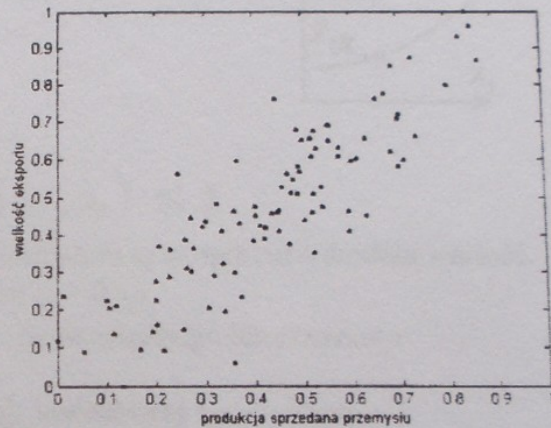
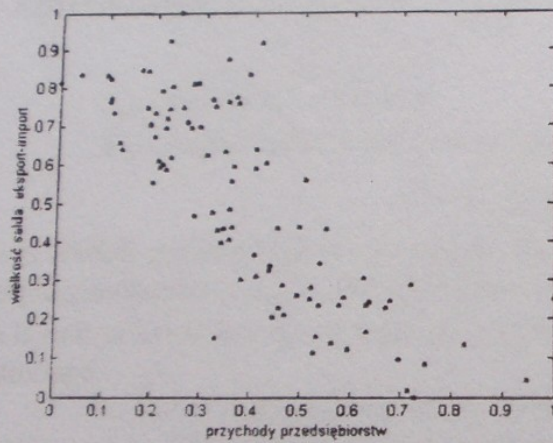
Jeżeli wejście  $x_2$  jest całkowicie zależne od wejścia  $x_1$ , to na wyjście  $y$  modelu oddziałuje wyłącznie  $x_1$ . Stąd wejście  $x_2$  można usunąć z modelu, rys. 17a. Podobnie w sytuacji pokazanej na rys. 17b, wejście  $x_3$  zależne jest całkowicie od wejść  $x_1$  i  $x_2$ . Stąd można je usunąć z modelu bez zmniejszenia jego dokładności. W rzeczywistych problemach pełna zależność dwóch zmiennych ( $x_i, x_j$ ) występuje rzadko. Najczęściej występuje zależność częściowa, niepełna. **Jak rozpoznać istnienie zależności między dwoma zmiennymi ( $x_i, x_j$ )?** Należy wykonać rzut próbek pomiarowych na płaszczyznę  $X_i * X_j$ . Przykłady takich rzutów (projekcji) pokazano na rys. 18. Każdy punkt reprezentuje tam wartości ( $x_i, x_j$ ) czynników ekonomicznych z jednego miesiąca.

Jak wykrywać zależne wejścia modelu (zależne czynniki ekonomiczne)?

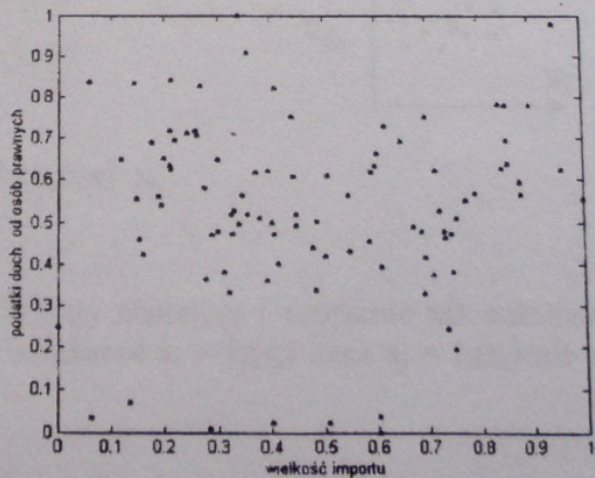
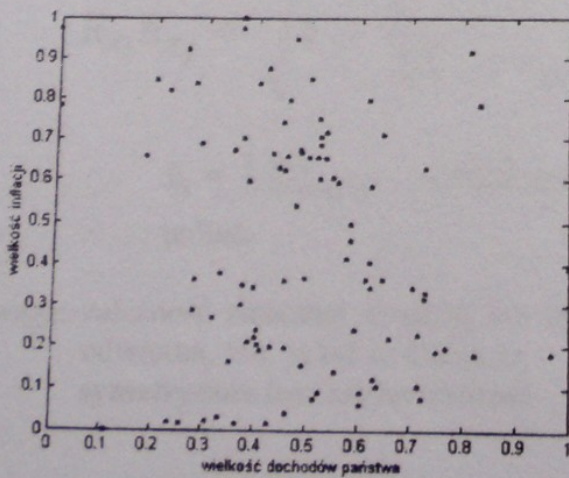
### a) Zależność bardzo silna



### b) Zależność średnia



### c) Brak zależności



Rys. 18. Przykłady różnego nasilenia wzajemnej zależności dwóch czynników ekonomicznych występujących w problemie bezrobocia w Polsce.

## Jak obliczyć siłę powiązania dwóch zmiennych ( $x_i, x_j$ ) modelu (stopień ich korelacji)?

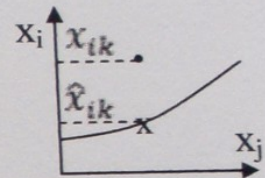
Korelację dwóch zmiennych, między którymi istnieje zależność nieliniowa można obliczyć w następujący sposób:

- należy metodą środków ciężkości stref lub też z użyciem sieci neuronowej znaleźć model  $x_i = f(x_j)$  średniej zależności między tymi zmiennymi
- następnie należy jedną z dwóch niżej podanych metod obliczyć średni rozrzut próbek względem wykresu  $x_i = f(x_j)$ .

Im mniejszy jest rozrzut próbek wokół wykresu  $x_i = f(x_j)$  tym silniejsze jest wzajemne uzależnienie zmiennych. Im większy jest rozrzut, tym korelacja zmiennych jest mniejsza. Sposób obliczania korelacji dwoma metodami A i B przedstawiony jest poniżej.

A: Ocena **średniego rozrzutu bezwzględnego próbek** względem krzywej modelu  $x_i = f(x_j)$  :  $I_{ZNI}(x_i, x_j)$

$$I_{ZNI}(x_i, x_j) = \frac{0.5 - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |x_{ik} - \hat{x}_{ik}|}{0.5}$$



$x_{ik}$  - rzędna  $x_i$  próbki nr  $k$

$\hat{x}_{ik}$  - rzędna modelu pod/nad próbką nr  $k$

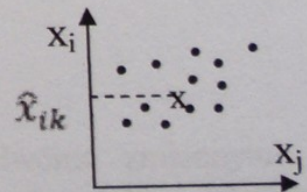
$$0 \leq I_{ZNI}(x_i, x_j) \leq 1$$

Metoda A oblicza wskaźnik  $I_{ZN}(x_i, x_j)$  zależności  $x_i$  względem  $x_j$  w oparciu o średnią wartość bezwzględnego rozrzutu  $|x_{ik} - \hat{x}_{ik}|$  względem wykresu  $x_i = f(x_j)$ .

Metoda B robi to samo lecz nie na podstawie rozrzutu bezwzględnego lecz rozrzutu kwadratowego.

B: Obliczenie **współczynnika korelacji nieliniowej**  $I_{ZNI} = R_{x_i x_j}$  zmiennej  $x_i$  względem zmiennej  $x_j$

$$R_{x_i} R_{x_j} = \sqrt{1 - \frac{\sum_{k=1}^n (x_{ik} - \hat{x}_{ik})^2}{\sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i)^2}}$$

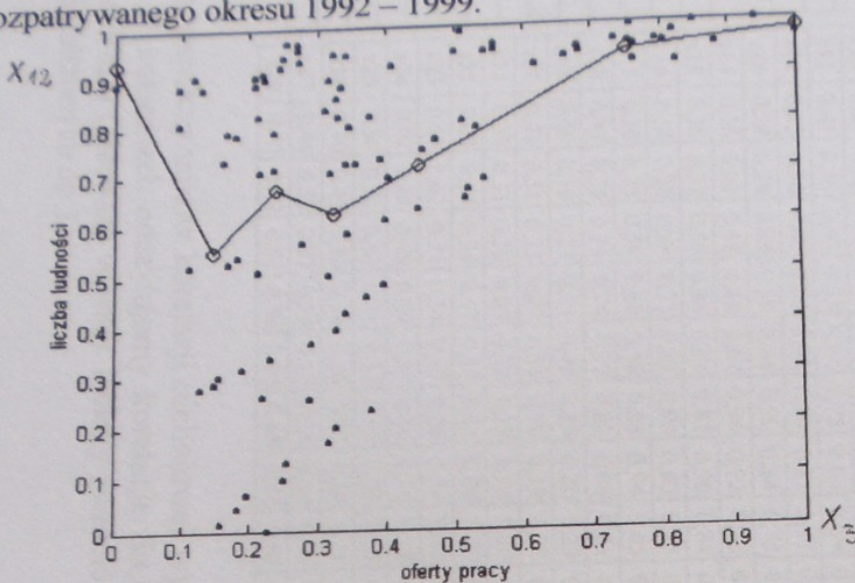


$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ik}$  - średnia wartość rzędnej  $x_i$  próbek

Uwaga: zależność zmiennej  $x_i$  od  $x_j$  ma zwykle inny charakter i natężenie niż zależność odwrotna, tzn.  $x_j$  od  $x_i$ . Oznacza to, że **zależność  $x_i = f_1(x_j)$  oraz  $x_j = f_2(x_i)$  nie są symetryczne lecz asymetryczne!**

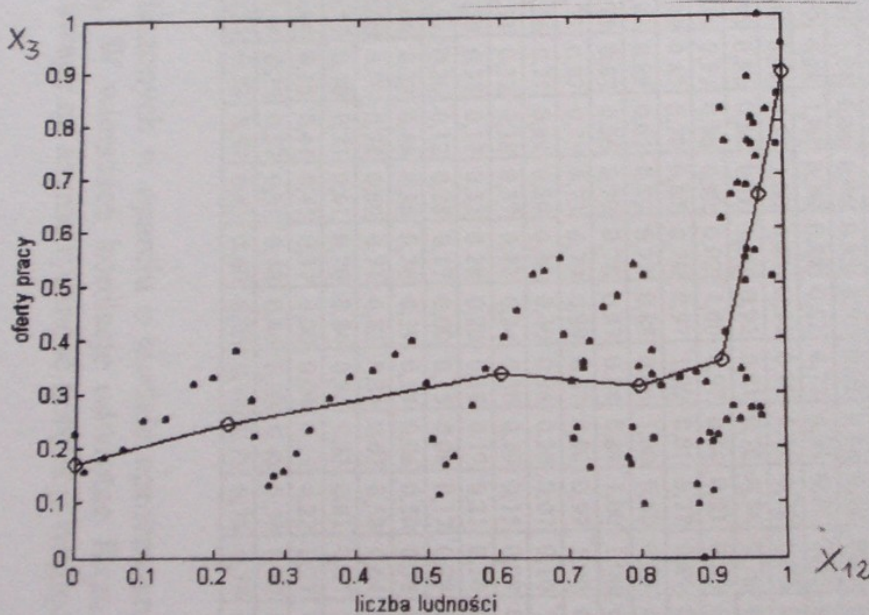
## Niesymetryczność zależności między dwoma zmiennymi

Na rys. 19a i b przedstawiono problem zależności między dwoma zmiennymi na przykładzie zmiennych  $x_{12}$  – liczba ludności oraz  $x_3$  – liczba ofert pracy. Wartości obydwu zmiennych zostały znormalizowane do zakresu  $[0,1]$ . Każdy punkt na wykresach reprezentuje liczbę ludności oraz liczbę ofert pracy jaka istniała w Polsce w jednym, konkretnym miesiącu rozpatrywanego okresu 1992 – 1999.



współczynnik korelacji  
nieliniowej  
 $R_{x_{12}x_3} = 0.51$

a)



współczynnik korelacji  
nieliniowej  
 $R_{x_3x_{12}} = 0.67$

b)

Rys.19. Ilustracja problemu asymetrycznej zależności między dwoma zmiennymi na przykładzie zmiennych liczba ludności i liczba ofert pracy a i b – zależności odwrotne.

Jak pokazuje rys. 19 inny jest wykres średniej zależności zmiennej  $x_{12} = f(x_3)$  aniżeli wykres zależności odwrotnej  $x_3 = f(x_{12})$ . Rozrzut próbek wokół obydwu wykresów jest także różny. Jest oczywistym, że zależność liczby ludności od liczby ofert pracy nie może być tak samo silna jak zależność odwrotna liczby ofert pracy od liczby ludności. O takiej zależności mówimy: zależność asymetryczna.

W tab. 3 przedstawiono wartości korelacji nieliniowej między parami poszczególnych zmiennych ( $x_i, x_j$ ) występującymi w problemie bezrobocia.

Rys. 20 przedstawia pary najsilniej skorelowanych wejść modelu bezrobocia.

$Rx_i Rx_j$  dla  $x_i = f(x_j)$

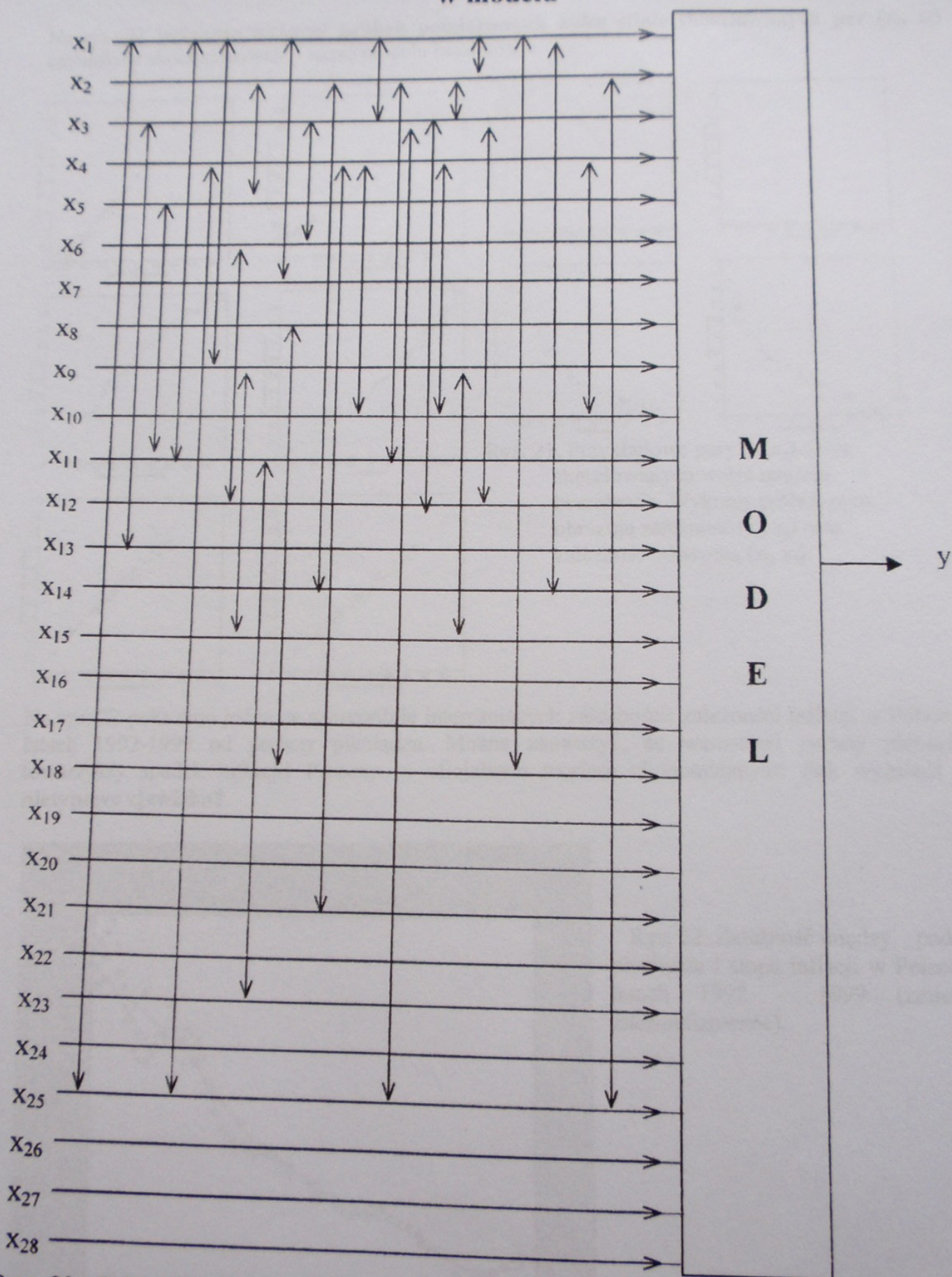
przekątna  $X_i$

$X_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	$x_{14}$	$x_{15}$	$x_{16}$	$x_{17}$	$x_{18}$	$x_{19}$	$x_{20}$	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	$x_{24}$	$x_{25}$	$x_{26}$	$x_{27}$	$x_{28}$
$x_1$ -numer kwartalu	1,00	0,97	0,35	0,22	0,33	0,11	0,14	0,15	0,07	0,07	0,42	0,17	0,24	0,23	0,28	0,17	0,23	0,20	0,67	0,41	0,29	0,44	0,56	0,45	0,47	0,35	0,42	0,44
$x_2$ -numer miesiąca	0,98	0,99	0,48	0,24	0,33	0,11	0,15	0,15	0,00	0,07	0,49	0,17	0,34	0,31	0,31	0,19	0,23	0,22	0,69	0,71	0,33	0,83	0,57	0,52	0,54	0,70	0,77	0,41
$x_3$ -oferty	0,38	0,07	1,00	0,41	0,00	0,57	0,68	0,53	0,43	0,59	0,48	0,51	0,63	0,62	0,59	0,52	0,56	0,63	0,35	0,45	0,32	0,13	0,36	0,54	0,53	0,44	0,48	0,63
$x_4$ -absolw	0,46	0,40	0,54	1,00	0,67	0,76	0,85	0,81	0,76	0,86	0,61	0,85	0,73	0,86	0,87	0,76	0,76	0,66	0,33	0,05	0,30	0,23	0,32	0,69	0,67	0,39	0,38	0,68
$x_5$ -pracujący	0,32	0,39	0,42	0,62	1,00	0,69	0,56	0,66	0,64	0,61	0,35	0,73	0,40	0,57	0,60	0,72	0,43	0,41	0,41	0,19	0,31	0,21	0,46	0,44	0,10	0,30	0,19	0,35
$x_6$ -emeryci	0,24	0,28	0,77	0,92	0,91	1,00	0,98	0,94	0,98	0,97	0,72	0,99	0,88	0,94	0,93	0,91	0,87	0,90	0,39	0,15	0,15	0,24	0,39	0,79	0,79	0,52	0,20	0,79
$x_7$ -podaż	0,32	0,33	0,72	0,92	0,88	0,97	1,00	0,89	0,94	0,97	0,78	0,96	0,87	0,95	0,93	0,92	0,97	0,97	0,49	0,11	0,22	0,27	0,64	0,79	0,78	0,43	0,43	0,79
$x_8$ -st. redysk.	0,26	0,25	0,50	0,80	0,83	0,95	0,95	1,00	0,93	0,96	0,66	0,95	0,79	0,88	0,86	0,84	0,94	0,91	0,48	0,10	0,31	0,19	0,66	0,68	0,67	0,48	0,42	0,71
$x_9$ -dolar	0,15	0,14	0,38	0,58	0,58	0,91	0,75	0,82	1,00	0,86	0,70	0,92	0,82	0,79	0,74	0,72	0,65	0,70	0,28	0,12	0,24	0,18	0,24	0,62	0,62	0,45	0,18	0,52
$x_{10}$ -inflacja	0,27	0,26	0,76	0,91	0,79	0,97	0,99	0,93	0,90	1,00	0,66	0,96	0,85	0,93	0,92	0,86	0,92	0,95	0,46	0,18	0,25	0,37	0,60	0,84	0,76	0,59	0,51	0,79
$x_{11}$ -produkcja	0,41	0,45	0,47	0,37	0,34	0,75	0,69	0,59	0,72	0,68	1,00	0,76	0,88	0,82	0,71	0,64	0,65	0,65	0,50	0,35	0,26	0,34	0,21	0,72	0,69	0,25	0,14	0,49
$x_{12}$ -ludność	0,33	0,34	0,67	0,88	0,92	0,99	0,92	0,91	0,97	0,96	0,75	1,00	0,89	0,94	0,92	0,91	0,72	0,78	0,40	0,21	0,30	0,31	0,43	0,84	0,83	0,45	0,30	0,78
$x_{13}$ -export	0,28	0,28	0,69	0,58	0,44	0,90	0,84	0,75	0,86	0,86	0,88	0,91	1,00	0,92	0,81	0,78	0,74	0,76	0,36	0,11	0,24	0,27	0,26	0,74	0,72	0,44	0,29	0,67
$x_{14}$ -import	0,36	0,41	0,68	0,88	0,67	0,94	0,92	0,86	0,90	0,93	0,86	0,92	0,92	1,00	0,97	0,84	0,81	0,85	0,52	0,35	0,12	0,32	0,47	0,82	0,82	0,26	0,00	0,77
$x_{15}$ -saldo	0,38	0,32	0,59	0,88	0,74	0,87	0,90	0,84	0,79	0,87	0,70	0,81	0,79	0,97	1,00	0,81	0,77	0,81	0,40	0,25	0,16	0,31	0,19	0,83	0,83	0,16	0,29	0,74
$x_{16}$ -minimalne wyn.	0,18	0,26	0,69	0,75	0,82	0,90	0,93	0,85	0,82	0,89	0,65	0,87	0,77	0,88	0,86	1,00	0,80	0,83	0,36	0,32	0,29	0,26	0,39	0,71	0,71	0,35	0,17	0,75
$x_{17}$ -przec. wyn.	0,30	0,25	0,59	0,68	0,58	0,85	0,94	0,85	0,75	0,87	0,66	0,79	0,78	0,87	0,84	0,84	1,00	1,00	0,41	0,25	0,22	0,29	0,64	0,74	0,81	0,29	0,39	0,77
$x_{18}$ -wynagrodzenia	0,44	0,28	0,76	0,74	0,17	0,82	0,96	0,81	0,72	0,87	0,71	0,73	0,79	0,89	0,87	0,80	0,99	1,00	0,44	0,15	0,18	0,24	0,62	0,85	0,77	0,21	0,33	0,80
$x_{19}$ -dochody	0,69	0,70	0,23	0,21	0,45	0,29	0,20	0,29	0,26	0,27	0,49	0,30	0,36	0,40	0,36	0,20	0,07	0,10	1,00	0,65	0,45	0,50	0,73	0,49	0,49	0,53	0,40	0,23
$x_{20}$ -wydatki	0,43	0,51	0,33	0,17	0,34	0,30	0,19	0,27	0,31	0,32	0,38	0,37	0,42	0,34	0,30	0,19	0,15	0,09	0,65	0,99	0,69	0,51	0,39	0,41	0,39	0,72	0,73	0,22
$x_{21}$ -wynik	0,38	0,31	0,26	0,05	0,22	0,23	0,16	0,20	0,20	0,38	0,17	0,32	0,28	0,20	0,19	0,17	0,21	0,16	0,38	0,68	1,00	0,22	0,32	0,20	0,20	0,60	0,50	0,29
$x_{22}$ -pod os. prawne	0,40	0,54	0,34	0,17	0,35	0,14	0,09	0,27	0,31	0,20	0,12	0,28	0,17	0,00	0,15	0,08	0,17	0,29	0,48	0,55	0,27	1,00	0,50	0,24	0,26	0,67	0,56	0,07
$x_{23}$ -pod os. fiz.	0,61	0,62	0,21	0,34	0,47	0,36	0,54	0,49	0,06	0,28	0,46	0,36	0,26	0,29	0,54	0,06	0,50	0,58	0,74	0,45	0,25	0,18	1,00	0,58	0,61	0,30	0,34	0,16
$x_{24}$ -przychody	0,47	0,46	0,49	0,69	0,27	0,66	0,76	0,55	0,56	0,70	0,74	0,60	0,71	0,83	0,84	0,62	0,58	0,64	0,45	0,37	0,15	0,25	0,29	1,00	0,99	0,33	0,44	0,72
$x_{25}$ -koszty	0,50	0,52	0,53	0,71	0,37	0,67	0,79	0,58	0,57	0,70	0,73	0,61	0,70	0,84	0,85	0,63	0,61	0,67	0,46	0,41	0,17	0,33	0,28	0,99	1,00	0,36	0,51	0,71
$x_{26}$ -wynik fin. n.	0,40	0,45	0,30	0,14	0,50	0,37	0,10	0,19	0,44	0,15	0,41	0,47	0,37	0,00	0,04	0,19	0,22	0,27	0,49	0,69	0,42	0,41	0,42	0,33	0,36	1,00	0,94	0,22
$x_{27}$ -wynik fin. b.	0,46	0,52	0,27	0,26	0,15	0,35	0,60	0,50	0,44	0,29	0,57	0,51	0,48	0,46	0,39	0,48	0,59	0,72	0,37	0,71	0,41	0,38	0,28	0,44	0,52	0,94	1,00	0,39
$x_{28}$ -wydatki gosp.	0,47	0,47	0,67	0,56	0,35	0,68	0,84	0,66	0,51	0,73	0,57	0,61	0,69	0,75	0,74	0,71	0,78	0,78	0,27	0,12	0,33	0,32	0,09	0,71	0,72	0,32	0,34	0,99

Tab. 3. Macierz współczynników korelacji nieliniowej wyliczonych w oparciu o modele opracowane przy wykorzystaniu sieci neuronowych ( $Rx_i x_j$ ). W kolumnach odczytujemy korelację  $Rx_i x_j$ . W wierszach korelacje odwrotne  $Rx_j x_i$ . Np.  $Rx_1 x_4 = 0,46$  (pierwsza kolumna), natomiast  $Rx_4 x_1$  (pierwszy wiersz). Należy zwrócić uwagę na asymetryczność korelacji względem przekątnej oraz dużą liczbę wysokich korelacji zbliżonych do 1.

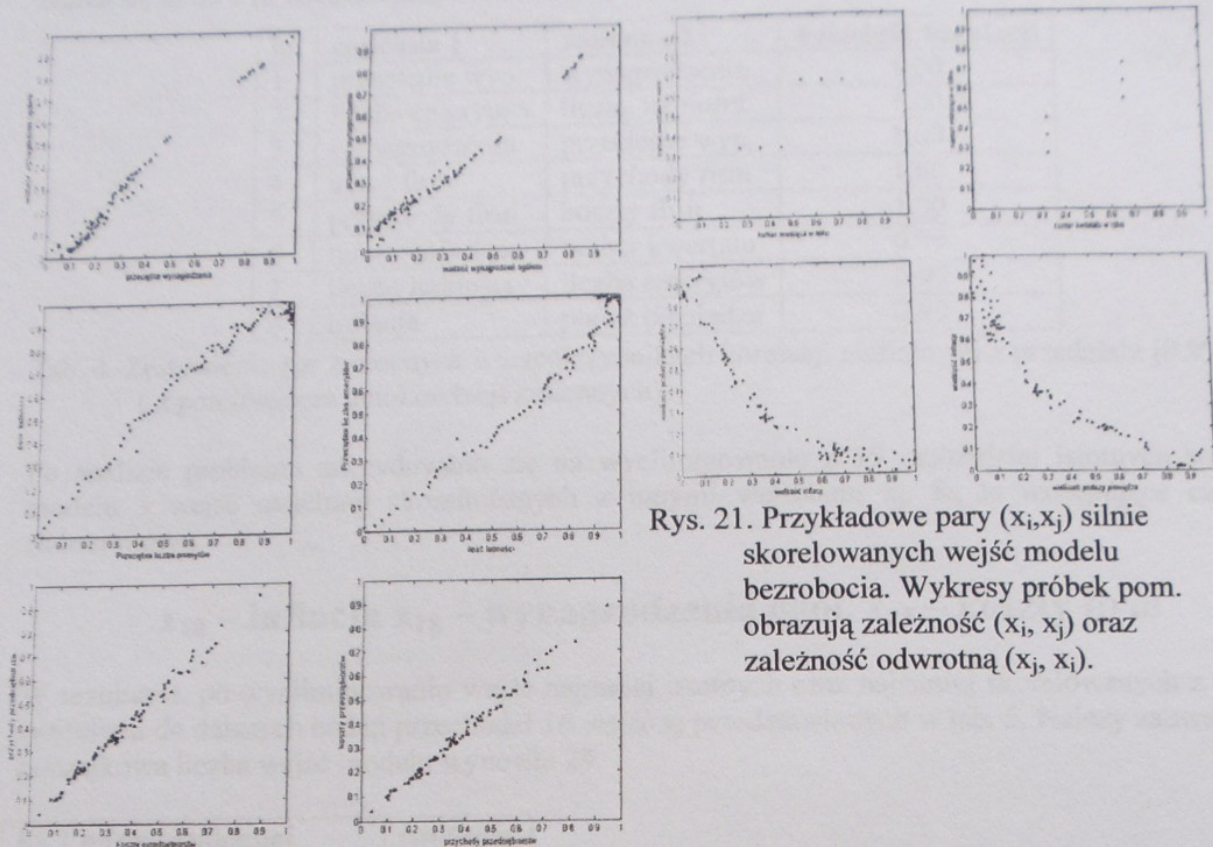


## Schemat współzależności między zmiennymi wejściowymi w modelu



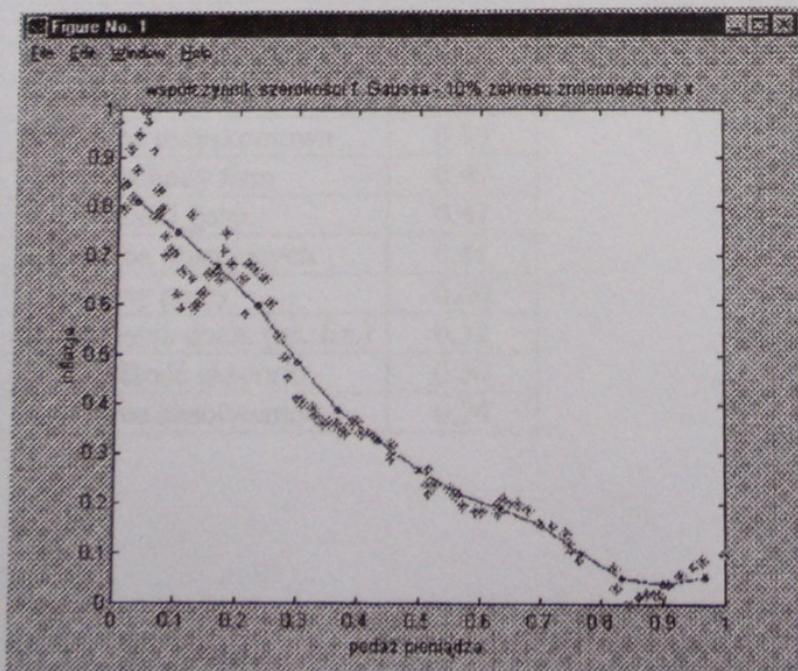
Rys. 20. Zobrazowanie współzależności między wejściami modelu bezrobocia w Polsce w latach 1992 – 1999. Na rys. pokazano pary najsilniej skorelowanych czynników ekon.

Na rys. 21 pokazano wykresy próbek pomiarowych kilku silnie skorelowanych par  $(x_i, x_j)$  czynników ekonomicznych – wejść modelu bezrobocia.



Rys. 21. Przykładowe pary  $(x_i, x_j)$  silnie skorelowanych wejść modelu bezrobocia. Wykresy próbek pom. obrazują zależność  $(x_i, x_j)$  oraz zależność odwrotną  $(x_j, x_i)$ .

Na rys. 22 pokazano jedną ze szczególnie interesujących zależności: zależności inflacji w Polsce w latach 1992-1999 od podaży pieniądza. Można zauważyć, że wzrostowi podaży pieniądza towarzyszy spadek inflacji! Przeczy to oficjalnym teoriom ekonomicznym! **Jak wyjaśnić to nietypowe zjawisko?**



Rys. 22. Zależność między podażą pieniądza i stopą inflacji w Polsce w latach 1992 – 1999 (zmiennne znormalizowane).

## Które czynniki ekonomiczne $x_i$ ostatecznie wyeliminowano na skutek ich silnej korelacji z innymi czynnikami $x_j$ ?

Tabela 4 przedstawia 8 par najsilniej skorelowanych czynników ekonomicznych korelacji  $R_{x_i, x_j}$  zbliża się tu do 1 (z dokładnością obliczeniową 0.01).

lp.	zmienna 1	zmienna 2	wskaźnik korelacji
1	przeciętne wyn.	wynagrodzenia	1.00
2	liczba emerytów	liczba ludności	1.00
3	wynagrodzenia	przeciętne wyn.	1.00
4	koszt firm	przychody firm	1.00
5	przychody firm	koszty firm	1.00
6	numer miesiąca	numer kwartału	0.99
7	liczba ludności	liczba emerytów	0.99
8	inflacja	podaż pieniądza	0.99

Tab. 4. Zestawienie par zmiennych o współczynnikach korelacji nieliniowej z przedziału [0.99, 1.00] (z pominięciem autokorelacji zmiennych).

Po analizie problemu zdecydowano się na wyeliminowanie z 19 najbardziej istotnych wejść  $x_i$  modelu 3 wejść najsilniej skorelowanych z innymi wejściami  $x_j$ . Są to następujące czynniki ekonomiczne:

**$x_{10}$  – inflacja  $x_{18}$  – wynagrodzenia ogół.  $x_{25}$  – koszty firm**

W rezultacie, po wyeliminowaniu wejść najmniej istotnych oraz najsilniej skorelowanych z innymi wejściami do dalszych badań przechodzi 16 wejść  $x_i$  przedstawionych w tab. 5. Należy zauważyć, że początkowa liczba wejść modelu wynosiła 28.

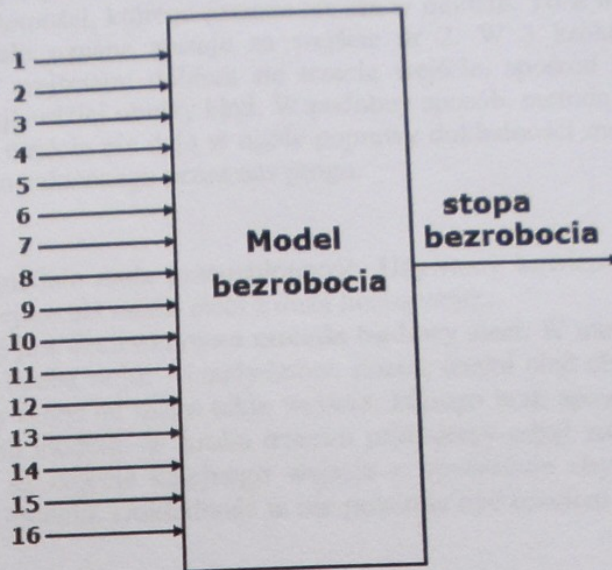
lp.	nazwa zmiennej	istotność
1	podaż pieniądza	0.95
2	liczba ludności	0.90
3	liczba emerytów	0.89
4	wielkość importu	0.70
5	minimalne wyn.	0.69
6	przeciętne wyn.	0.67
7	saldo (exp-imp)	0.62
8	kurs dolara	0.60
9	stopa redyskontowa	0.59
10	przychody firm	0.49
11	wydatki gosp.	0.41
12	liczba pracujących	0.41
13	oferty pracy	0.40
14	podatek doch. (os. fiz.)	0.32
15	wielkość eksportu	0.30
16	liczba absolwentów	0.24

Tab. 5. Ranking wejść po wstępnym wyeliminowaniu wejść najmniej istotnych oraz najbardziej skorelowanych z innymi wejściami modelu bezrobocia.

## • Konstruowanie neuronowego modelu bezrobocia w Polsce w latach 92-99

Rys. 23 przedstawia czynniki wejściowe  $x_1-x_{16}$  modelu bezrobocia.

lp	Nazwa zmiennej	istotność
1	Podaż pieniądza	0,95
2	Liczba ludności	0,90
3	Liczba emerytów	0,89
4	Wielkość importu	0,70
5	Minimalne wyn.	0,69
6	Przeciętne wyn.	0,67
7	Saldo (exp-imp)	0,62
8	Kurs dolara	0,60
9	Stopa redyskontowa	0,59
10	Przychody firm	0,49
11	Wydatki gosp.	0,41
12	Liczba pracujących	0,41
13	Oferty pracy	0,40
14	Podatek doch. (os.fiz.)	0,32
15	Wielkość eksportu	0,30
16	Liczba absolwentów	0,24

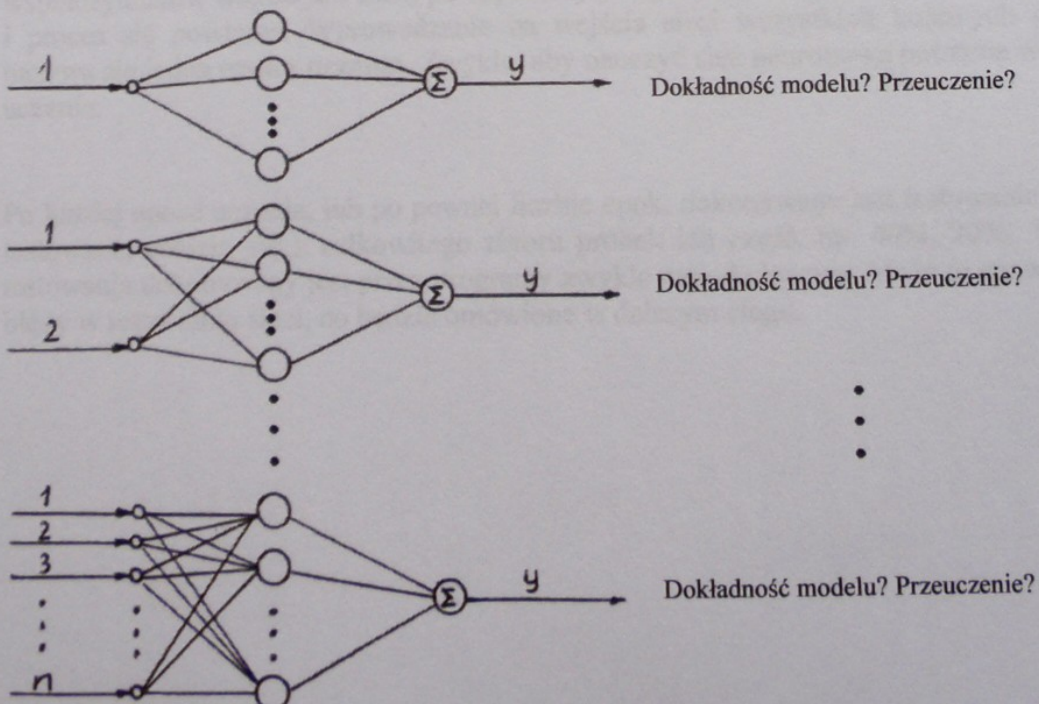


Rys. 23. Potencjalne wejścia modelu bezrobocia w Polsce po wstępnej redukcji.

**Pytanie:** Czy wszystkie 16 wejść musi być użytych w modelu bezrobocia?

Model neuronowy przy dużej liczbie wejść można konstruować metodą konstruktywną lub destruktywną.

## • Konstruktywna metoda tworzenia modelu neuronowego



Rys. 24. Kolejne kroki tworzenia modelu neuronowego metodą konstruktywną.

Stosując **konstruktywną metodę tworzenia modelu neuronowego** jakiejś zależności, w pierwszym kroku tworzy się model z 1 tylko wejściem o możliwie wysokiej istotności i określa średni błąd modelu po jego nauczaniu. Następnie tworzy się modele 2-wejściowe, przy czym drugim wejściem jest jedno z wejść  $x_i$  o możliwie wysokiej istotności, którego jeszcze nie ma w modelu. To z wejść, które najbardziej obniżyły średni błąd modelu uznane zostaje za wejście nr 2. W 3 kroku do posiadanego już modelu neuronowego z 2 wejściami dobiera się trzecie wejście, spośród tych, których nie ma jeszcze w modelu, a które najbardziej obniży błąd. W podobny sposób, metodą prób zwiększa się liczbę wejść dotąd, aż kolejne wejścia nie dają w ogóle poprawy dokładności modelu lub poprawa jest znikoma, niższa od pewnego założonego przez nas progu.

**Zaletą** metody konstruktywnej jest jej względnie mała pracochłonność. Używamy bowiem sieci neuronowe z małą liczbą wejść, co jest łatwiejsze niż nauka sieci z dużą liczbą wejść. Metodą odwrotną do metody konstruktywnej jest **destruktywna metoda budowy sieci**. W metodzie tej w pierwszym kroku uczymy sieć z pełną liczbą wejść – kandydatów. Znając średni błąd obliczeń pełnego modelu w drugim kroku próbujemy odjąć od niego takie wejście, którego brak spowoduje jak najmniejszy spadek dokładności obliczeń modelu. W kroku trzecim próbujemy odjąć następnego wejście i tak powtarzamy redukcję wejść aż odjęcie kolejnego wejścia  $x_i$  spowoduje zbyt duże obniżenie się średniej dokładności obliczeń modelu. Dokładność ta nie powinna być bowiem niższa od pewnego progu.

Metoda destruktywna potencjalnie jest lepsza (bada całą grupę wejść, wśród których znajduje się grupa optymalna), jednak jest ona bardziej czasochłonna, bowiem musimy nauczać modele neur. Z dużą liczbą wejść.

W Tab. 6 przedstawionych jest 12 pierwszych **próbek uczących sieć neuronową**. Wszystkich próbek jest 96. Każda próbka reprezentuje wartości wejść – czynników ekonomicznych jakie wystąpiły w jednym miesiącu. Jeżeli wartości wejść  $x_i$  wprowadzimy na sieć neuronową, to powinna obliczyć ona wartość wyjścia  $y$  taką, jaka rzeczywiście zaistniała w danym miesiącu. Jeżeli wartość ta – stopa bezrobocia obliczona jest z błędem metoda propagacji wstecznej błędu dokonuje korekcji współczynników wagowych sieci, po czym na jej wejście wprowadzana jest następna próbka ucząca i proces się powtarza. Wprowadzenie na wejścia sieci wszystkich kolejnych próbek uczących nazywa się jedną **epoką uczenia**. Zwykle, aby nauczyć sieć neuronową potrzeba wielu tysięcy epok uczenia.

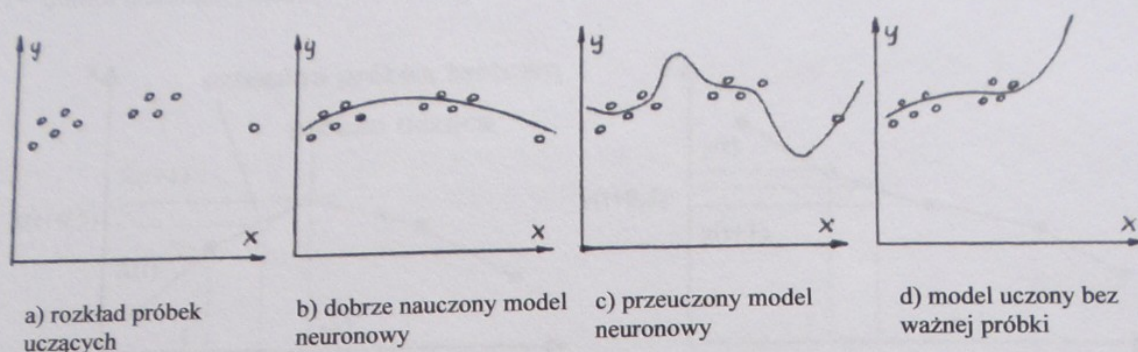
Po każdej epoce uczenia, lub po pewnej liczbie epok, dokonywane jest testowanie sieci. Zwykle do testowania zabiera się z całkowitego zbioru próbek ich część, np. 40%, 20%. Wybór próbek do testowania dokonywany jest przez programy zwykle metodą losową. Może to spowodować poważne błędy w testowaniu sieci, co będzie omówione w dalszym ciągu.

Rok 1992

Rok		1992											
Numer miesiąca		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X <sub>13</sub>	Ilość ofert pracy	29.9	24.9	26.8	27.7	31.5	31.7	36.2	37	40.5	34.2	29.4	22.9
X <sub>16</sub>	Ilość absolwentów	182.48	182.25	181.68	180.34	177.21	175.12	178.27	182.36	186.42	188.64	190.22	185.3
X <sub>12</sub>	Liczba pracujących	9396	9396	9396	9196	9196	9196	9084	9084	9084	9041	9041	9041
X <sub>3</sub>	Przeciętna ilość emerytów	8391	8370	8398	8419	8449	8478	8518	8543	8539	8572	8596	8622
X <sub>1</sub>	Podaż pieniądza ogółem	27268	26740	27146.8	27496.5	27111.1	26993.0	27890.4	28132.4	28349.8	28158.3	28155.7	29088.6
X <sub>9</sub>	Stopa redyskontowa	40	40	40	40	40	36	32	32	32	32	32	32
X <sub>8</sub>	Kurs dolara – 100USD	112.47	109.93	122.84	122.03	118.38	113.81	110.58	109.59	108.65	107.03	110.22	109.32
X <sub>2</sub>	Ludność	38318	38323	38333	38343	38353	38365	38379	38389	38401	38409	38411	38418
X <sub>15</sub>	Eksport	1122.4	1152	1373.51	1387.97	1281.95	1344.12	1281.58	1124.23	1245.1	1292.11	1188.39	1083.41
X <sub>4</sub>	Import	1024.9	1185.21	1417.19	1567.86	1501.03	1461.08	1604.69	1349.76	1552	1601.16	1728.61	1945.62
X <sub>7</sub>	Saldo eksport-import	97.5	-33.21	-43.68	-179.89	-219.09	-116.96	-323.11	-225.52	-306.9	-309.05	-540.23	-862.21
X <sub>5</sub>	Minimalne wynagrodzenie	87.5	81.4	79.96	78.39	86.39	83.07	81.76	80.63	102.06	100.65	97.72	95.53
X <sub>6</sub>	Przeciętne wynagrodzenie	245.6	228.47	224.43	237.4	228.93	220.13	252.64	249.15	242.6	262.3	254.66	248.93
X <sub>14</sub>	Podatki doch. Od osób fiz.	73	335.81	505.14	521.22	463.31	517.76	467.26	574.9	600.84	551.22	588.29	634.08
X <sub>10</sub>	Przychody przedsiębiorstw	11788.7	11596.2	13350.9	13129.7	12159.7	12733.7	12510.0	12074.8	12751.4	12944.8	12351.4	14627.16
X <sub>11</sub>	Przeciętne wydatki gosp. dom.	102.95	95.77	94.07	100.12	96.55	92.84	99.89	98.51	95.92	101.91	98.94	96.71
y	Stopa bezrobocia w %	12.1	12.4	12.1	12.2	12.3	12.6	13.1	13.4	13.6	13.5	13.5	13.6

Tab. 6. Część zbioru (rok 1992) próbek uczących sieć neuronową – informacja o zaistniałych, rzeczywistych stanach gospodarki w Polsce. Jedna kolumna danych odpowiadająca jednemu miesiącowi stanowi jedną próbkę uczącą. Całkowita liczba próbek wynosi 96.

Na rys. 25a przedstawiony jest przykładowy zbiór wszystkich próbek pomiarowych reprezentujących pewną badaną i modelowaną zależność  $y=f(x)$ .



Rys. 25. Ilustracja problemów występujących przy uczeniu i testowaniu sztucznych sieci neuronowych – jednoargumentowa zależność  $y=f(x)$ .

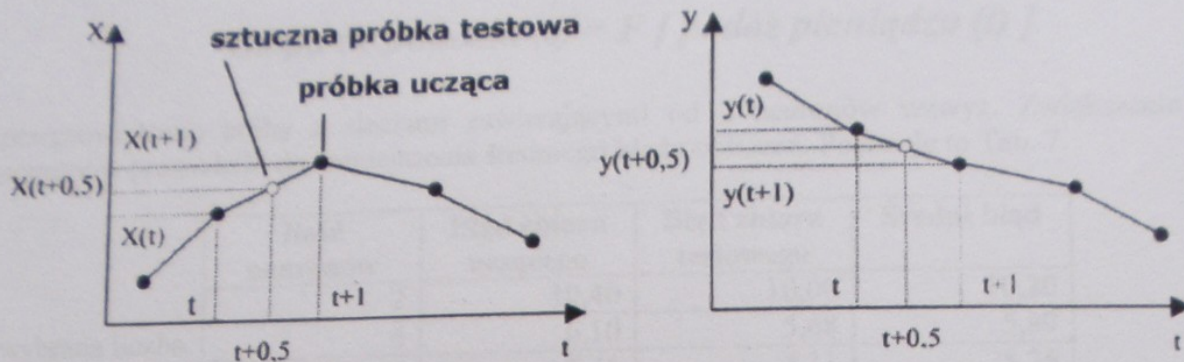
Rozkład wszystkich posiadanych próbek pokazany jest na rys. 25a. Jeżeli wszystkie posiadane próbki użyjemy w procesie uczenia to dobrze nauczona sieć posiadać będzie charakterystykę taką jak na rys. 25b. Jednak programy SSN zabierają losowo część próbek do testowania. Jeżeli do testowania zabrana zostanie ważna próbka, taka jak np. brzegowa próbka z prawej strony rys. 25a to w trakcie procesu uczenia sieć może wytworzyć z prawej strony zakresu niewłaściwy kształt charakterystyki prowadząc do dużych błędów obliczeniowych sieci. Jeżeli liczba wszystkich próbek pomiarowych reprezentujących badaną zależność jest bardzo wysoka, to zabranie części próbek do testowania nie stwarza dużego niebezpieczeństwa utraty ważnych próbek uczących. Jeśli jednak próbek jest mało (w problemie bezrobocia jest ich 96 przy 16 zmiennych wejściowych) to powyższe niebezpieczeństwo jest wysokie. Dlatego w omawianych badaniach zdecydowano się nie „zabierać” żadnych prawdziwych próbek do testowania ale wytworzyć próbki testujące w sztuczny sposób. Wykorzystano tu fakt, że każda próbka reprezentuje dane ekonomiczne z jednego miesiąca, przyjmijmy z pierwszego dnia tego miesiąca. Wobec tego wartość tych danych pomiędzy dwoma kolejnymi miesiącami powinna mieć poziom pośredni (z 15 dnia miesiąca). Podany niżej wzór pokazuje sposób obliczania pośredniej wartości czynników wejściowych  $x_i$  oraz wyjścia  $y$  pojedynczej próbki testowej ułożonej pomiędzy miesiącem o numerze  $t$  oraz następnym  $(t+1)$ .

- Generowanie sztucznych próbek testujących model neuronowy

$$x_i(t+0,5) = \frac{x_i + x_{i+1}}{2} \qquad y(t+0,5) = \frac{y(t) + y(t+1)}{2}$$

Koncepcja obliczania sztucznych próbek testujących przedstawiona jest na rys. 26.

$t$  – numer miesiąca (czas)



Rys. 26. Generowanie sztucznej próbki testowej dla modelu jednoargumentowej zależności  $y=f(x)$ .

- **Sposób uczenia neuronowego modelu bezrobocia**

1. Proces uczenia powtarzany jest 10 razy z różnych startowych parametrów.
2. Spośród uzyskanych 10 modeli odrzucane są te, dla których średni błąd na próbkach testujących jest większy niż na próbkach uczących.

$$B_t = \frac{1}{n_t} \sum_{k=1}^{n_t} |d_k - y_k| > B_u = \frac{1}{n_u} \sum_{j=1}^{n_u} |d_i - y_i|$$

$B_t$  – średni błąd modelu na próbkach testujących

$B_u$  – średni błąd modelu na próbkach uczących

$n_t$  – ilość próbek testujących

$n_u$  – ilość próbek uczących

$y_i$  – rzeczywiste wartości stopy bezrobocia

$y_k$  – wartości stopy bezrobocia dla próbek testujących

$d_i$  – wartości stopy bezrobocia obliczone przez model neuronowy dla próbek uczących

$d_k$  – wartości stopy bezrobocia obliczone przez model neuronowy dla próbek testujących

3. Spośród pozostałych modeli neuronowych wybrany zostaje model o najmniejszym średnim błędzie sumy zbioru uczącego i testującego.

$$B_{sr} = 0.5(B_u + B_t)$$



## Pierwsze ważne zadanie – dobór liczby neuronów w warstwie pośredniej sieci

Dobór liczby neuronów w praktyce realizowany jest metodą prób. W przypadku pierwszego, najprostszego modelu bezrobocia, modelu jednoargumentowego:

$$\text{Stopa bezrobocia } (t) = F [\text{podaż pieniądza } (t) ]$$

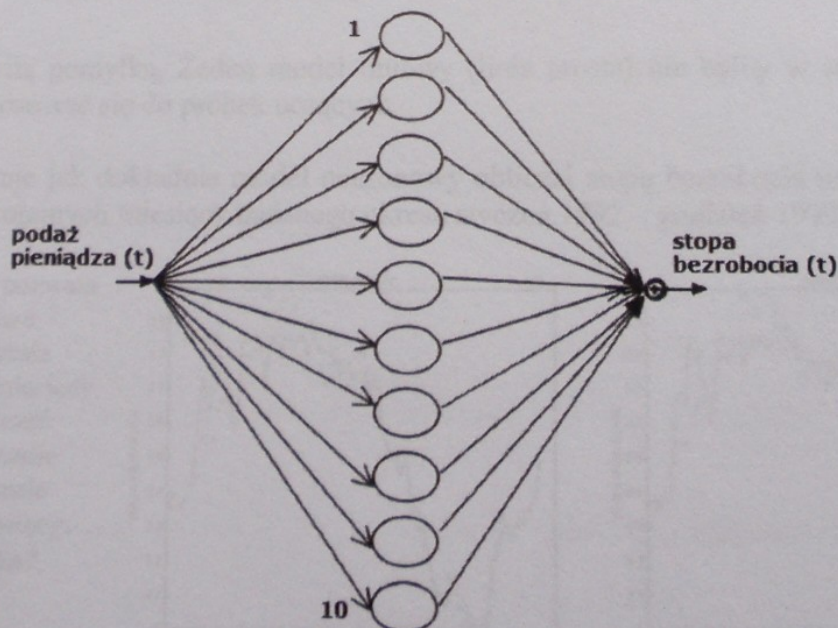
przeprowadzono próby z sieciami zawierającymi od 2 neuronów wzwyż. Zwiększenie liczby neuronów prowadziło do zmniejszenia średniego błędu obliczeń. Pokazuje to Tab. 7.

	Ilość neuronów	Błąd zbioru uczącego	Błąd zbioru testowego	Średni błąd
wybrana liczba neuronów →	2	10,40	10,00	10,20
	6	6,10	5,68	5,89
	10	5,41	5,11	5,26
	14	5,35	5,00	5,18

Tab. 7. Wartość błędów modelu jednoargumentowego dla różnych ilości neuronów ukrytych

Najmniejszy błąd obliczeń stwierdzono przy 14 neuronach w warstwie ukrytej. Zwiększanie liczby neuronów powyżej 14 nie dawało już zauważalnej poprawy dokładności obliczeń. Jednak po zastanowieniu się **postanowiono** w dalszych badaniach **stosować nie 14 lecz 10 neuronów**, rys. 27.

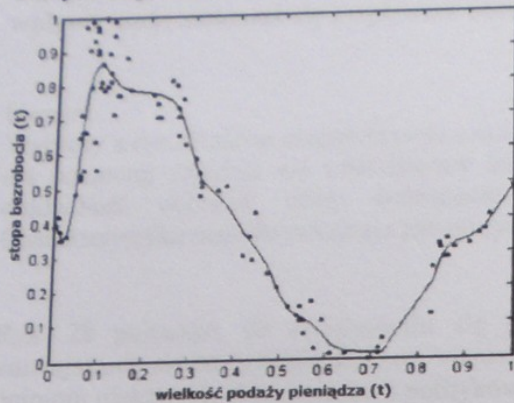
**Dlaczego?**



Rys. 27. Schemat sieci neuronowej wykorzystanej przy opracowywaniu modelu jednoargumentowego. 10 neuronów w warstwie ukrytej.

Sieć z dużą liczbą neuronów jest bardziej podatna na przeuczenie niż sieć z mniejszą liczbą. Dlatego liczbę neuronów należy minimalizować bez przesady. Czas uczenia sieci trwał **20 000 epok**. Ostatecznie sieć zmniejszyła średni błąd obliczeń do wartości nieco ponad 5,25%.

Na rys. 28 przedstawiono charakterystykę modelowanej zależności wytworzonej przez sieć.



t – numer miesiąca (czas)

średni błąd modelu 5.25%

Rys. 28. Powierzchnia modelu jednoargumentowego. Zależność stopy bezrobocia od podaży pieniądza

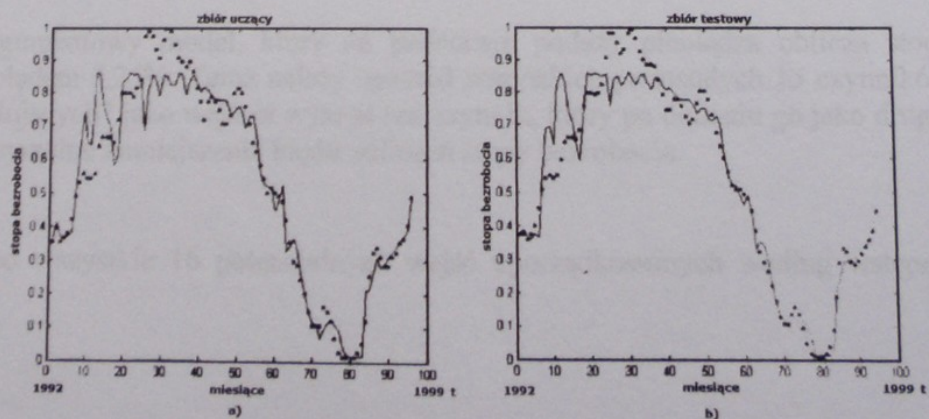
Jak można zauważyć na Rys. 28. nie jest możliwe pełne 100%-owe dopasowanie się charakterystyki modelu do próbek uczących. Sieć zrobiła to co możliwe i jej charakterystyka dobrze jest dopasowana do próbek uczących tworzących w niektórych regionach „chmury”. Rys. 28. pokazuje również, że **zależność stopy bezrobocia od podaży pieniądza nie jest liniowa** (proporcjonalna). Dlatego próba opracowania liniowego modelu typu

$$y = a_0 + a_1x$$

byłaby całkowitą pomyłką. Żaden model liniowy (linia prosta) nie byłby w stanie wystarczająco dokładnie dostosować się do próbek uczących.

Rys. 29 pokazuje jak dokładnie model neuronowy obliczał stopę bezrobocia na podstawie podaży pieniądza dla kolejnych miesięcy badanego okresu styczeń 1992 – grudzień 1999.

Analiza rys. 29 pozwala zauważyć ciekawe zjawiska. W okresie pierwszych 40 miesięcy dokładność obliczeń modelu jest znacznie niższa niż w okresie ostatnich 56 miesięcy. **Co z tego wynika?**



Rys. 29. Porównanie wyników generowanych przez model jednoargumentowy (linia ciągła) z próbkami danych (punkty) ze zbioru uczącego (z lewej) i testowego (z prawej)

Ta różnica dokładności obliczeń zależności  $\text{stopa bezrobocia} = f(\text{podaż pieniądza})$  oznacza, że wpływ podaży pieniądza w ostatnich 56 miesiącach na stopę bezrobocia był znacznie większy niż w pierwszych 40 miesiącach badanego okresu kiedy to także inne czynniki ekonomiczne (jakie?) musiały znacząco wpływać na tę stopę. Różnica ta pokazuje także, że jeden i ten sam czynnik ekonomiczny nie musi mieć ciągle identycznie silnego wpływu na stopę bezrobocia. Siła tego wpływu może zmieniać się z upływem czasu.

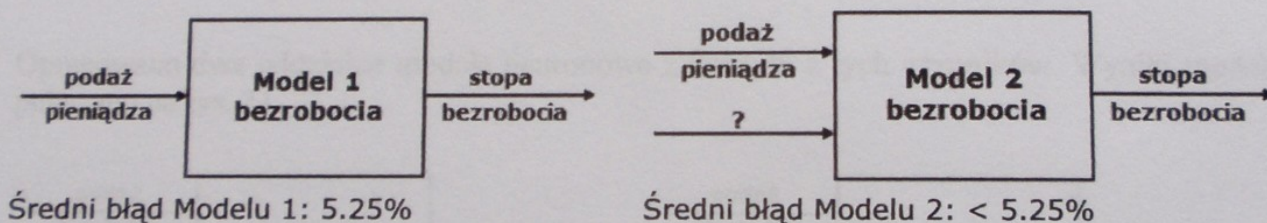
Uwaga!

Wykresy z rys.29 nie są charakterystyką modelu  $\text{stopa bezrobocia} = f(\text{podaż pieniądza})$ , bowiem na osi poziomej znajduje się czas (numer miesiąca), a nie podaż pieniądza. Wykresy te obrazują dokładność obliczeń stopy bezrobocia dla poszczególnych miesięcy badanego okresu. Charakterystyka modelu pokazana jest na rys. 28.

Rys. 28 pokazuje, że zwiększaniu się podaży pieniądza w Polsce nie zawsze towarzyszy zmniejszanie się bezrobocia. Czasem wzrostowi podaży towarzyszył wzrost bezrobocia, co przeczy opinii niektórych ekonomistów i polityków.

## Dobór drugiego wejścia do neuronowego modelu bezrobocia.

Zadanie drugiego etapu modelowania przedstawione jest na rys. 30.



Rys. 30. Cel drugiego etapu modelowania bezrobocia w Polsce – znalezienie drugiego czynnika ekonomicznego, który wraz z podażą pieniądza maksymalnie podwyższyłby dokładność obliczeń modelu neuronowego.

Posiadamy już jednoargumentowy model, który na podstawie podaży pieniądza oblicza stopę bezrobocia ze średnim błędem 5,25%. Teraz należy spośród wszystkich pozostałych 15 czynników ekonomicznych „kandydujących” jako wejścia wykryć ten czynnik, który po dodaniu go jako drugie wejście pozwoli na maksymalne zmniejszenie błędu obliczeń stopy bezrobocia.

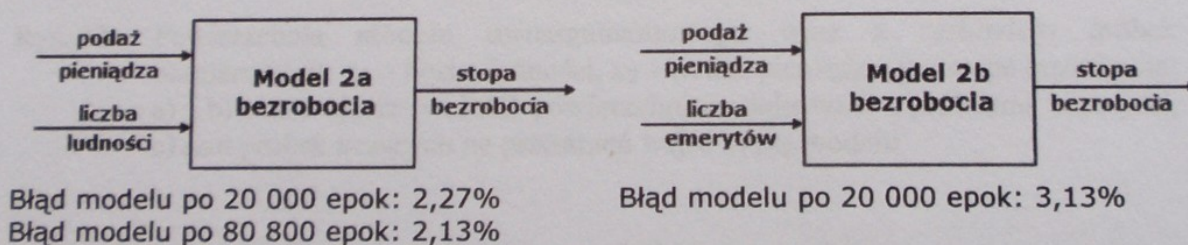
W Tab. 8 przedstawiono wszystkie 16 potencjalnych wejść uporządkowanych według wstępnej oceny ich istotności.

	Lp	Nazwa zmiennej	Istotność
1 →	1	Podaż pieniądza	0,95
2? →	2	Liczba ludności	0,90
2? →	3	Liczba emerytów	0,89
	4	Wielkość importu	0,70
	5	Minimalne wyn.	0,69
	6	Przeciętne wyn.	0,67
	7	Saldo (exp-imp)	0,62
	8	Kurs dolara	0,60
	9	Stopa redyskontowa	0,59
	10	Przychody firm	0,49
	11	Wydatki gosp.	0,41
	12	Liczba pracujących	0,41
	13	Oferty pracy	0,40
	14	Podatek doch (os.fiz.)	0,32
	15	Wielkość eksportu	0,30
	16	Liczba absolwentów	0,24

Tab. 8. Czynniki ekonomiczne – potencjalne wejścia  $x_i$  modelu bezrobocia uszeregowane wg wyników wstępnego rankingu istotności.

Jak wynika z Tab. 8. najlepszymi kandydatami na drugie wejście modelu bezrobocia są czynniki: liczba ludności i liczba emerytów.

Opracowano dwa oddzielne modele neuronowe z każdym z tych czynników. Wyniki modelowania pokazano na rys. 31.



Rys. 31. Wyniki modelowania dla najlepszego modelu 2a i 2b (ilość test. modeli: po 10)

Dla każdej wersji modelu, z liczbą ludności i liczbą emerytów opracowano po 10 modeli neuronowych uczonych przez 20 000 epok.

Najlepszy model uzyskano dla wersji z liczbą ludności jako drugie wejście. Model ten obliczał stopę bezrobocia ze średnim błędem 2,27% podczas gdy najlepszy model z liczbą emerytów jakie drugie wejście prowadził obliczenia ze średnim błędem 3,13%.

Po dodatkowym douczeniu modelu z liczbą ludności (80 000 epok) jego błąd obliczeń zmniejszył się do 2,13%.

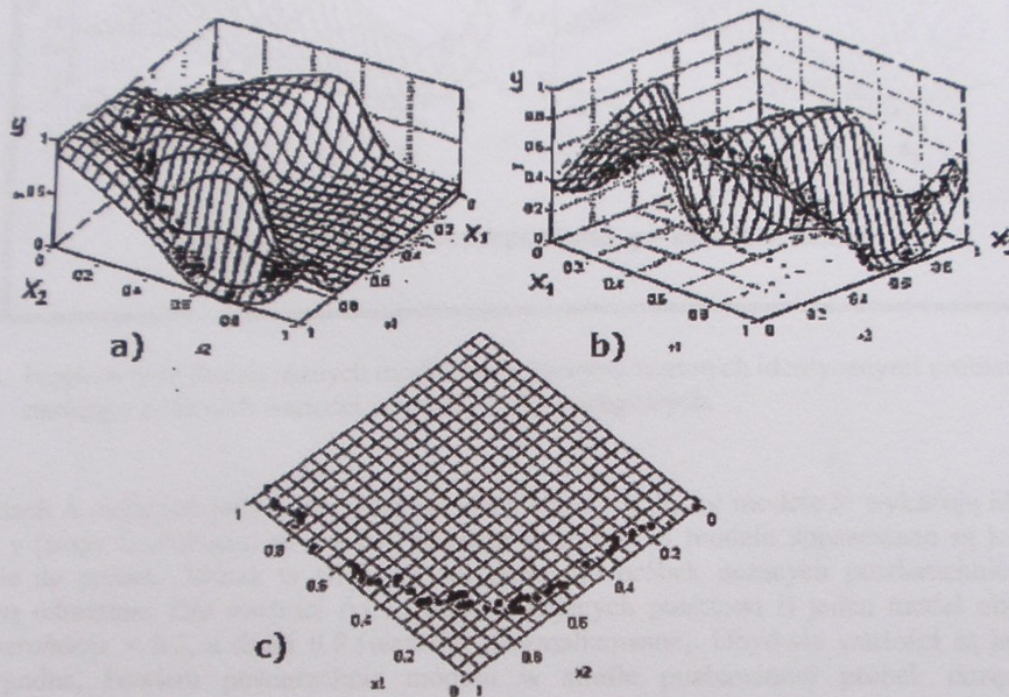
Dodanie drugiego wejścia dało więc następujące korzyści:

Model z 1 wejściem – średni błąd 5,25%

Model z 2 wejściami – średni błąd 2,13%

Na rys. 32 pokazana jest 3-wymiarowa powierzchnia wytworzona przez model neuronowy

*stopa bezrobocia = f(podaż pieniądza, liczba ludności)*

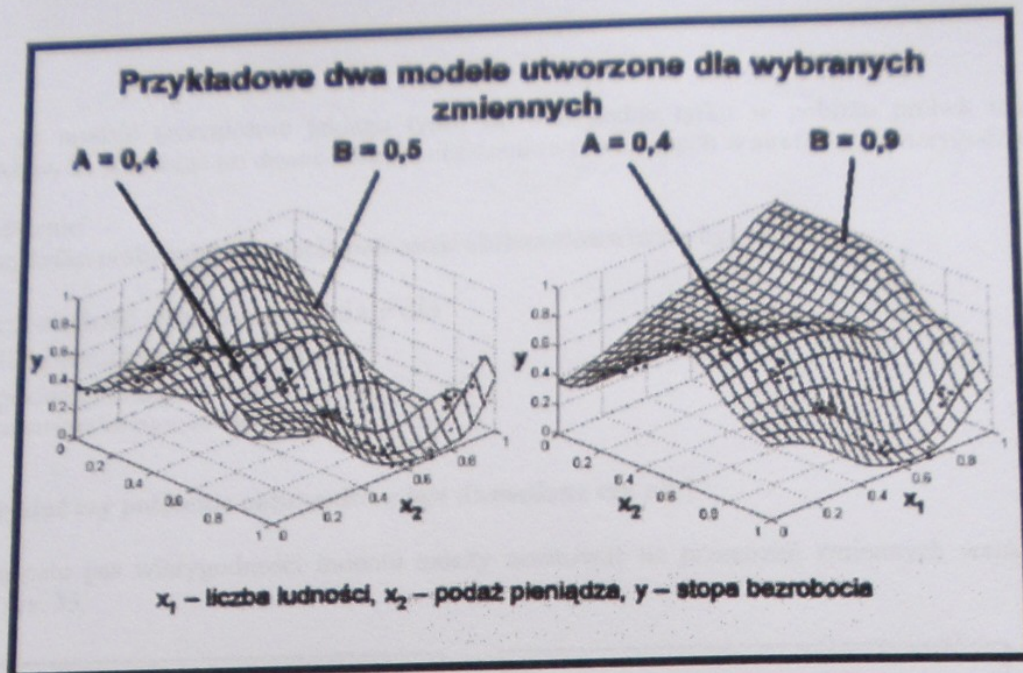


Rys. 32. Powierzchnia modelu dwuargumentowego wraz z rozkładem próbek pomiarowych:  $x_1$  – liczba ludności,  $x_2$  – podaż pieniądza,  $y$  – stopa bezrobocia; a) i b) różne ujęcia (widoki) powierzchni modelu wraz z próbkami uczącymi, c) rzut próbek uczących na przestrzeń wejść  $x_1$ ;  $x_2$  modelu

Analiza rys. 32 pozwala wyciągnąć ciekawe wnioski.

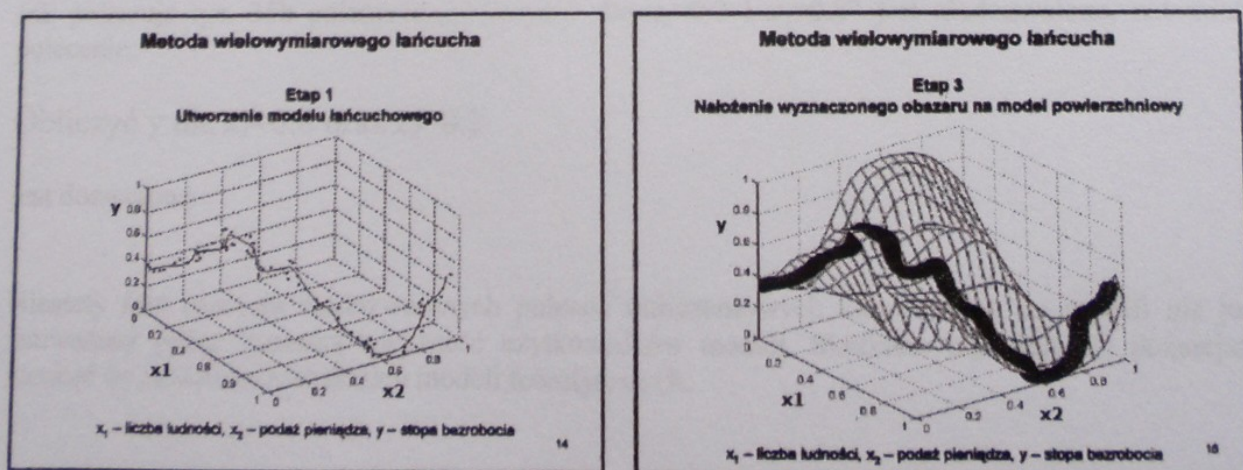
Powierzchnia modelu dopasowała się w trakcie procesu uczenia do próbek uczących – oczywiście tylko tam, gdzie te próbki są. Natomiast poza próbkami model neuronowy kształtuje swą powierzchnię w sposób dowolny i przypadkowy – zależnie od startowych wartości współczynników wagowych sieci. Dlatego powierzchnia modelu odległa od próbek nie oznacza w ogóle, że tak właśnie przebiega modelowana zależność  $y=f(x_1, x_2)$ . Tylko powierzchnia bliska próbkom pomiarowym reprezentuje rzeczywistą zależność *stopa bezrobocia = f (podaż pieniądza, liczba ludności)*.

Na rys. 33 pokazane są 2 przykładowe powierzchnie dwóch różnych neuronowych modeli uzyskanych w procesie uczenia tymi samymi próbkami uczącymi. Ponieważ obydwa modele rozpoczynały proces uczenia z innymi współczynnikami wagowymi wytworzyły różne powierzchnie. Powierzchnie te są dopasowane do próbek uczących jednakowo (jednakowy błąd obliczeń). Jednak poza próbkami przebiegają inaczej. Pokazuje to, że w większej odległości od próbek uczących wszelkie modele są niewiarygodne (nie tylko modele neuronowe).



Rys. 33. Powierzchnie dwóch różnych modeli neuronowych uczonych identycznymi próbkami lub startującymi z różnych wartości współczynników wagowych.

W punktach A mających jednakowe wartości współrzędnych  $(x_1, x_2)$  modele te wykazują identyczną wartość  $y$  (stopy bezrobocia) równą 0.4, bowiem w strefie tej modele dopasowane są jednakowo dokładnie do próbek. Jednak w większej odległości od próbek uczących powierzchnie obydwu modeli są odmienne. Dla wartości  $(x_1, x_2)$  odpowiadających punktowi B jeden model oblicza  $y = \text{stopa bezrobocia} = 0.5$ , a drugi  $0.9$  (wartości znormalizowane). Obydwie wartości są jednakowo niewiarygodne, bowiem powierzchnia modelu w strefie pozbawionej próbek uczących jest przypadkowa. Powstaje pytanie „Gdzie powierzchnia modelu jest wiarygodna?” Powierzchnia modelu jest wiarygodna jedynie w pobliżu próbek uczących. Pas wiarygodnej powierzchni modelu określany jest następująco: najpierw tworzony jest tymczasowy model krzywoliniowy aproksymujący próbki uczące, a potem określa się pas wiarygodności modelu wokół modelu krzywoliniowego, rys. 34.



Rys. 34 a) Wyznaczanie modelu łańcuchowego aproksymującego próbki uczące oraz b) pas wiarygodnej powierzchni modelu na tle całej powierzchni modelu neuronowego.

Fakt, że modele (niezależnie jakiego typu) są wiarygodne tylko w pobliżu próbek uczących powoduje, że nie wolno im dawać poleceń obliczeniowych leżących w strefach niewiarygodnych.

Wyjaśnienie:

W przypadku problemu bezrobocia polecenie obliczeniowe może być takie:

Oblicz wartość stopy bezrobocia  $y$  dla

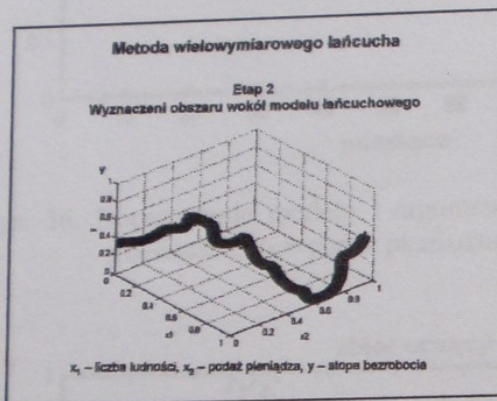
$x_1$  = liczba ludności = 0.2 oraz

$x_2$  = podaż pieniądza = 0.8

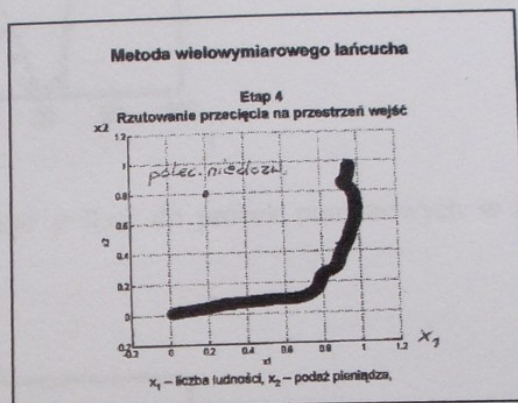
(zmiennie znormalizowane do zakresu [0-1])

Jak zbadać czy polecenie obliczeniowe jest dozwolone czy nie?

W tym celu pas wiarygodności modelu należy rzutować na przestrzeń zmiennych wejściowych  $x_1 * x_2$ , rys. 35.



a)



b)

Rys. 35. Pas wiarygodności modelu w a) 3-wymiarowej przestrzeni  $x_1 * x_2 = y$  oraz b) pas dozwolonych poleceń obliczeniowych w przestrzeni wejść modelu  $x_1 * x_2$ .

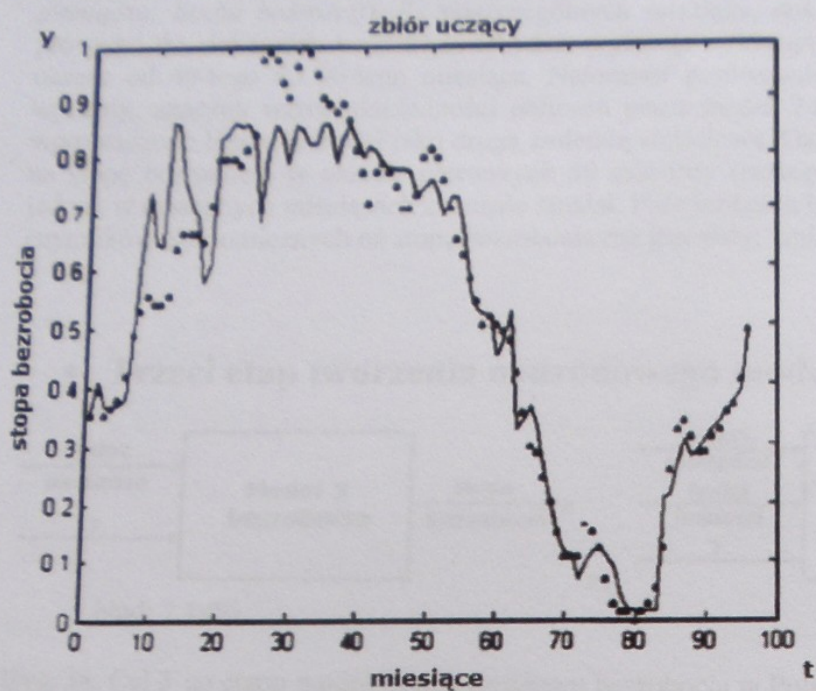
Jak pokazuje rys. 35b polecenie „obliczyć  $y$  dla  $x_1=0.2$  i  $x_2=0.8$ ” jest niedozwolone, natomiast polecenie:

Obliczyć  $y$  dla  $x_1=0.8$  oraz  $x_2=0.2$

jest dozwolone.

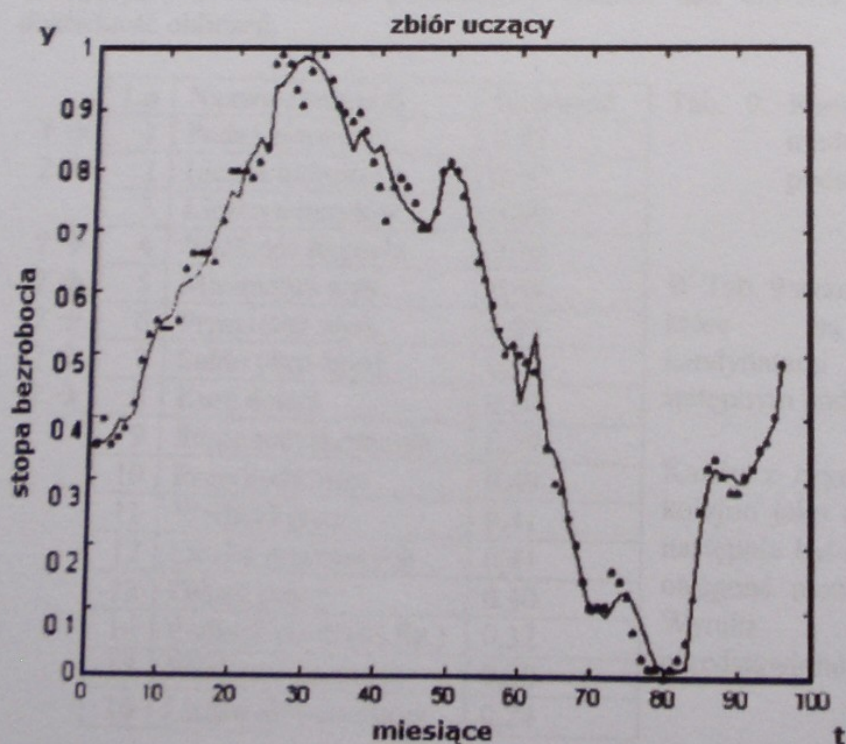
Niestety fakt istnienia niedozwolonych poleceń obliczeniowych kierowanych do modeli nie jest zauważany przez ogromną większość użytkowników modeli. Skutkiem tego jest ich późniejsza niechęć do stosowania wszelkich modeli teoretycznych.

• Porównanie 1- i 2- argumentowego modelu bezrobocia w Polsce (1992-1999)



Średni błąd: 5.26%

Rys. 36. Dopasowanie modelu 1-argumentowego  $y=f(x_1)$  do próbek pomiarowych w kolejnych miesiącach,  $x_1$  = podaż pieniądza.



Średni błąd: 2.13%

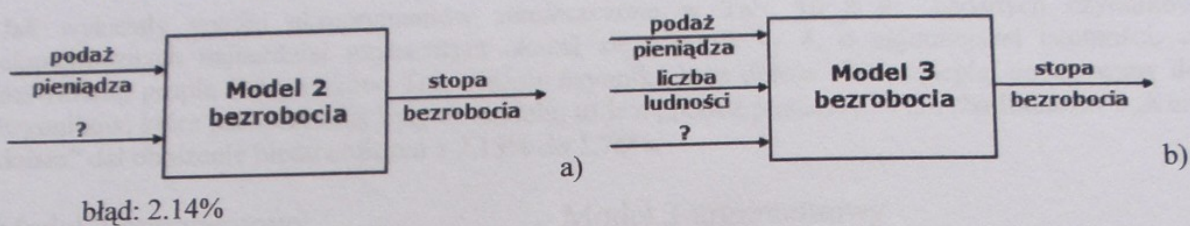
$\Delta$  Średni błąd: 3,13%

Rys. 37. Dopasowanie modelu 2-argumentowego  $y=f(x_1, x_2)$  do próbek pomiarowych w kolejnych miesiącach,  $x_1$  = podaż pieniądza,  $x_2$  = liczba ludności.



Porównanie dokładności obliczeń stopy bezrobocia przez model jednoargumentowy ( $stopa\ bezrobocia = f(podaż\ pieniądza)$ ) oraz przez model dwuargumentowy ( $stopa\ bezrobocia = f(podaż\ pieniądza, liczba\ ludności)$ ) dla poszczególnych miesięcy, dokonane na podstawie rys. 36 i 37 prowadzi do ciekawych wniosków. Obydwa wykresy wykazują podobną dokładność obliczeń dla okresu od 40-tego do 96-tego miesiąca. Natomiast porównanie okresów 1-40 miesiąc pokazuje wyraźny, znaczny wzrost dokładności obliczeń przez model 2-argumentowy (rys. 37), w którym wprowadzono liczbę ludności jako drugą zmienną wejściową. Oznacza to, że wpływ liczby ludności na stopę bezrobocia w okresie pierwszych 40 miesięcy (począwszy od stycznia 1992) był silny, jednak w następnych miesiącach znacznie zmalał. Potwierdza to hipotezę, że wpływ poszczególnych czynników ekonomicznych na stopę bezrobocia nie jest stały, zmienia się z czasem.

### • Trzeci etap tworzenia neuronowego modelu bezrobocia



Rys. 38. Cel 3-go etapu modelowania problemu bezrobocia w Polsce.

W trzecim etapie tworzenia neuronowego modelu bezrobocia dysponujemy już modelem dwuargumentowym (rys. 38a) i spośród pozostałych wejść – czynników ekonomicznych kandydujących do modelu powinniśmy znaleźć taki czynnik, który maksymalnie podwyższy dokładność obliczeń.

	Lp	Nazwa zmiennej	Istotność
1 →	1	Podaż pieniądza	0,95
2 →	2	Liczba ludności	0,90
	3	Liczba emerytów	0,89
? →	4	Wielkość importu	0,70
? →	5	Minimalne wyn.	0,69
? →	6	Przeciętne wyn.	0,67
? →	7	Saldo (exp-imp)	0,62
? →	8	Kurs dolara	0,60
	9	Stopa redyskontowa	0,59
	10	Przychody firm	0,49
	11	Wydatki gosp.	0,41
	12	Liczba pracujących	0,41
	13	Oferty pracy	0,40
	14	Podatek doch (os.fiz.)	0,32
	15	Wielkość eksportu	0,30
	16	Liczba absolwentów	0,24

Tab. 9. Ranking wejść – kandydatów modelu bezrobocia określony na podstawie wstępnych badań

W Tab. 9 zaznaczono czynniki ek. nr 4-8, które są „najpoważniejszymi” kandydatami na wejścia modelu po wstępnym badaniu istotności wejść

Każdy z czynników 4-8 dodawany był kolejno jako trzecie wejście sieci, która następnie była uczona próbkami tak aby osiągnąć możliwie niski błąd obliczeń. Wyniki tych eksperymentów przedstawiono w Tab. 10.

- Wyniki wprowadzania do modelu kolejnych zmiennych na trzecie miejsce

Nazwa trzeciej zmiennej	Błąd zbioru uczącego	Błąd zbioru testowego	Średni błąd	
Wielkość importu	2,65	2,31	2,48	
Minimalne wynagrodzenie	2,59	2,41	2,50	
Przeciętne wynagrodzenie	2,70	2,34	2,52	
Kurs dolara			1,95	Po 20 000 epok
Kurs dolara			1,76	Po 80 000 epok

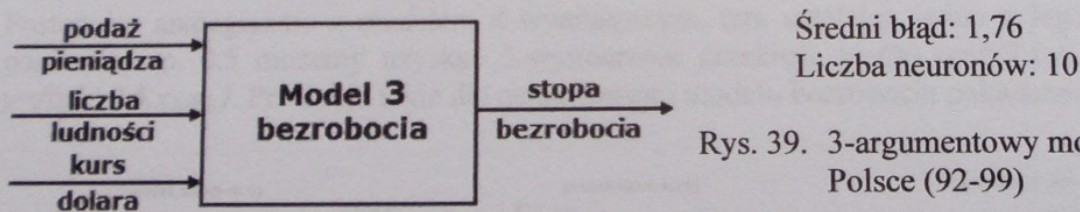
Tab. 10. Zestawienie wartości błędów modeli trzyargumentowych utworzonych poprzez dodanie do modelu dwuargumentowego wymienionych zmiennych.

Jak wykazały wyniki eksperymentów zamieszczone w Tab. 10 z 4 badanych czynników ekonomicznych najbardziej użytecznym okazał się czynnik nr 8, o najmniejszej istotności, w rozważanej grupie 5 czynników. Ten właśnie czynnik „kurs dolara” jest najlepiej dopasowany do czynników, które już wcześniej były w modelu, to jest „podaż pieniądza” i „liczba ludności”. „Kurs dolara” dał obniżenie błędu obliczeń z 2,13% do 1,76%.

Model 2-argumentowy  
Błąd: 2,13%

Model 3-argumentowy  
Błąd: 1,76%

Na rys. 39 przedstawiono ogólny schemat 3-argumentowego modelu bezrobocia.



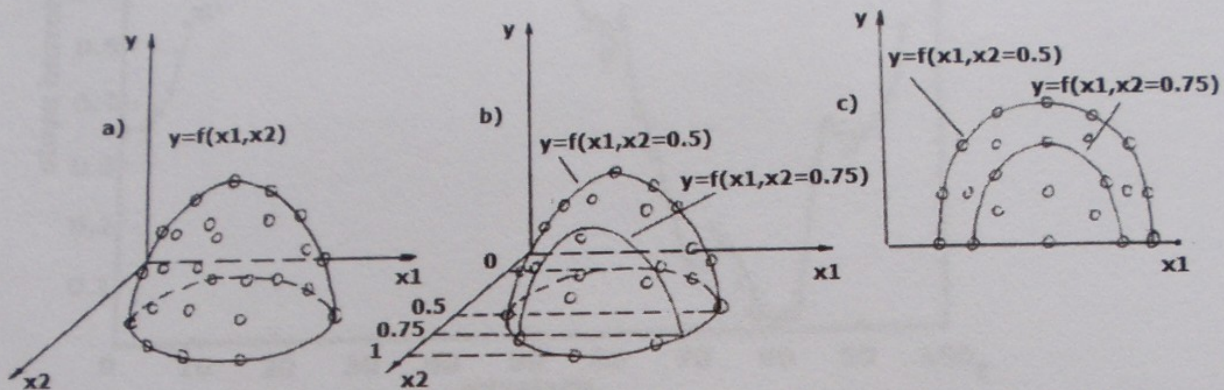
Rys. 39. 3-argumentowy model bezrobocia w Polsce (92-99)

Model z 3 wejściami i jednym wyjściem jest modelem 4D (czterowymiarowym)

Czy można zobaczyć powierzchnię modelu 4-wymiarowego?

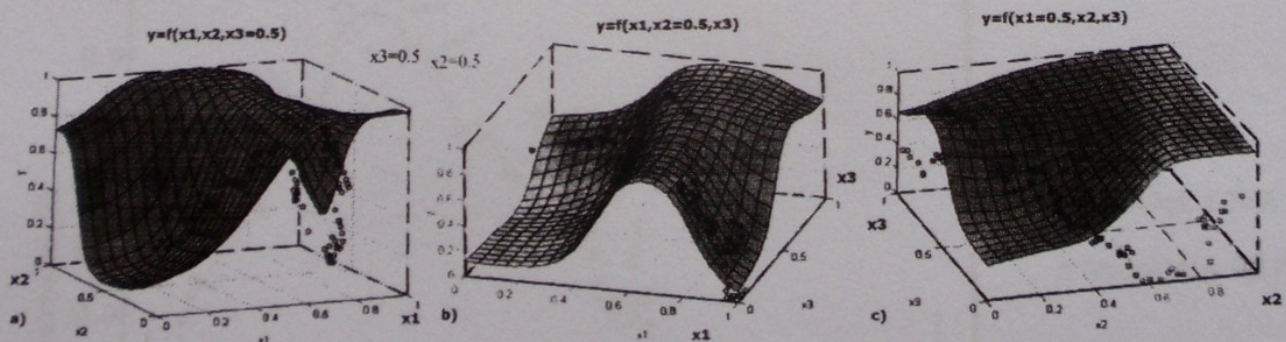
Wydaje się to niemożliwe. I rzeczywiście powierzchni 4-wymiarowego modelu nie można zobaczyć **bezpośrednio**. Można ją natomiast zobaczyć pośrednio dzięki przekrojom 3-wymiarowym.

Aby zrozumieć, czym są 3-wymiarowe przekroje powierzchni 4-wymiarowej najlepiej zapoznać się najpierw z 2-wymiarowymi przekrojami powierzchni 3-wymiarowej. Na rys. 40a przedstawione są próbki pomiarowe zależności 3-wymiarowej i uzyskana na ich podstawie powierzchnia modelu  $y = f(x_1, x_2)$  badanej zależności. Powierzchnia ta ma kształt czaszy. Jeżeli w modelu  $y = f(x_1, x_2)$  ustalimy wartość zmiennej  $x_2 = 0.75$  to uzyskamy płaski przekrój  $y = f(x_1, x_2 = 0.75)$ , a więc przekrój 2-wymiarowy pełnej powierzchni, rys. 40b. Przekrój ten informuje nas o tym, czy powierzchnia modelu pełnego w regionie  $x_2 = 0.75$  wznosi się, czy opada ze wzrostem  $x_2$ . Przekrój ten daje nam więc informację (częściową) o kształcie pełnej 3-wymiarowej powierzchni. Jeśli wykonamy więcej takich przekrojów, dla  $x_2 = 0, 0.25, 0.5, 0.75$  i  $1.0$  to otrzymamy dość dokładną informację o kształcie całej 3-wymiarowej powierzchni  $y = f(x_1, x_2)$  modelu, rys. 40c.



Rys. 40. 2-wymiarowe przekroje przykładowej powierzchni 3-wymiarowego modelu

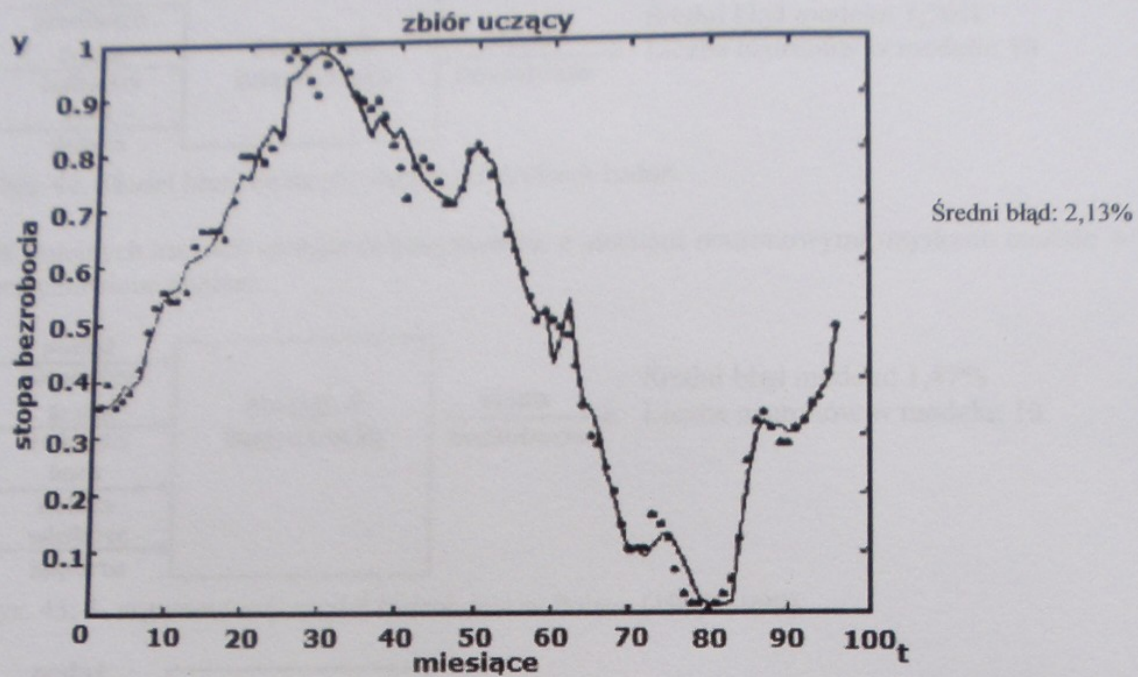
Postępując analogicznie z modelem 4-wymiarowym, tzn. ustalając jedno z jego wejść na stałym poziomie, np. 0.5 możemy uzyskać 3-wymiarowe przekroje  $y = f(x_1, x_2 = 0.5, x_3)$ ,  $y = f(x_1, x_2, x_3 = 0.5)$ ,  $y = f(x_1 = 0.5, x_2, x_3)$ . Przekroje takie dla neuronowego modelu bezrobocia pokazane są na rys. 41.



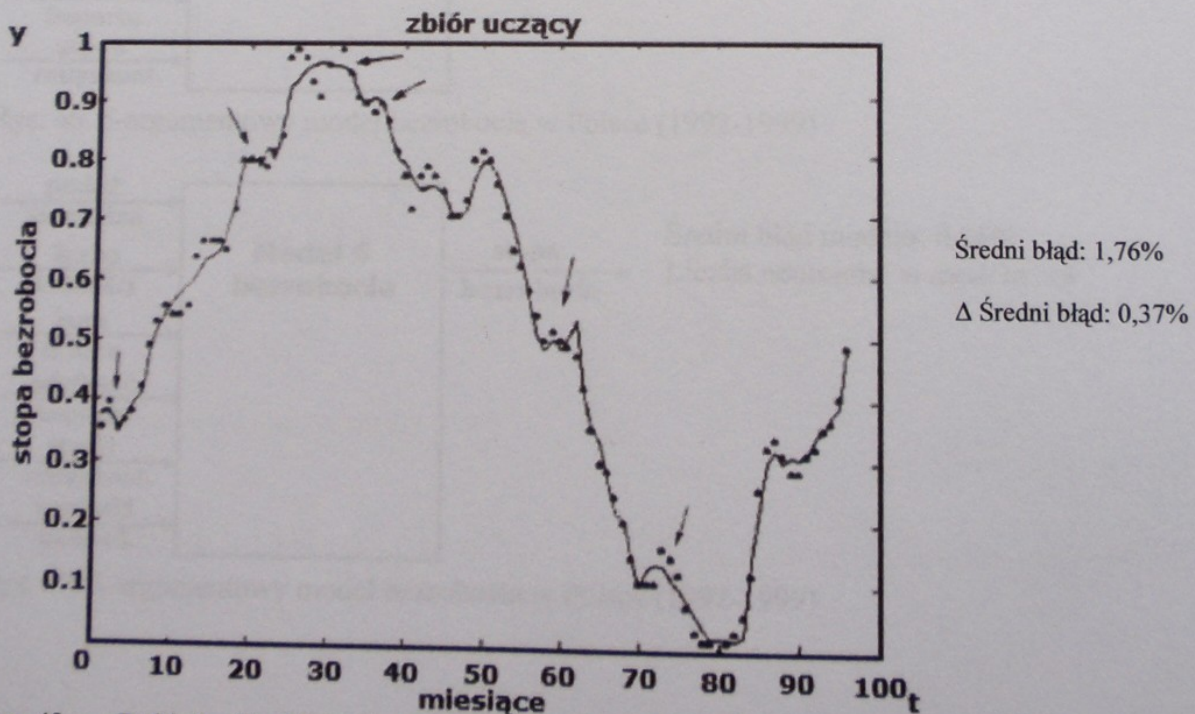
Rys. 41. Przykłady 3-wymiarowych przekrojów 4-wymiarowego modelu bezrobocia.

- Pytanie 1: Czy powierzchnia przekroju modelu różni się od powierzchni modelu?
- Pytanie 2: Dlaczego powierzchnie przekrojów tego samego modelu mają różne kształty?
- Pytanie 3: Dlaczego próbki pomiarowe nie zawsze leżą na powierzchniach przekrojów?

Porównanie dokładności obliczeń stopy bezrobocia przez model 2- i 3-argumentowy.

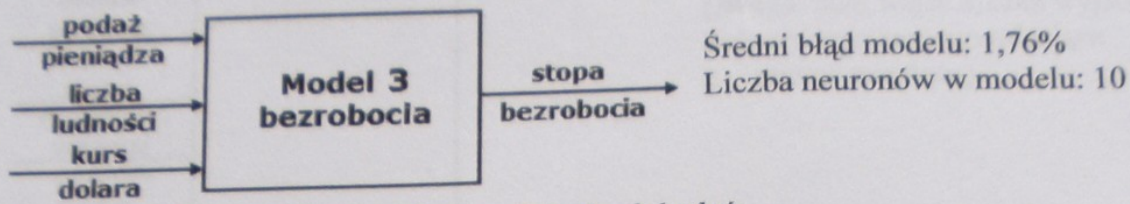


Rys. 42. Dokładność obliczania stopy bezrobocia w kolejnych miesiącach lat 1992-1999 przez **model 2-argumentowy** ( $x_1$  – podaż pieniądza,  $x_2$  – liczba ludności). Linia ciągła prezentuje wyniki obliczeń modelu, punkty oznaczają wartość stopy bezrobocia zaistniałe rzeczywiście w danym miejscu.



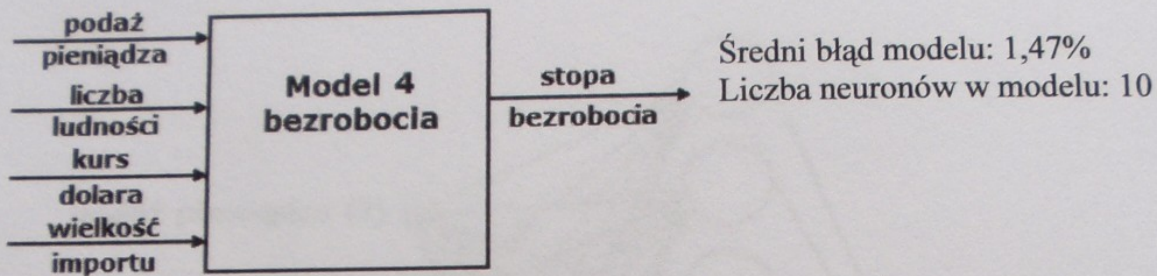
Rys. 43. Dokładność obliczania stopy bezrobocia w kolejnych miesiącach przez **3-argumentowy model stopy bezrobocia**,  $x_1$  - stopa bezrobocia,  $x_2$  - liczba ludności,  $x_3$  - kurs dolara. Strzałki wskazują te próbki, dla których nastąpiła poprawa dokładności obliczeń względem modelu 2-argumentowego.

#### 4-ty i kolejne kroki tworzenia modelu bezrobocia

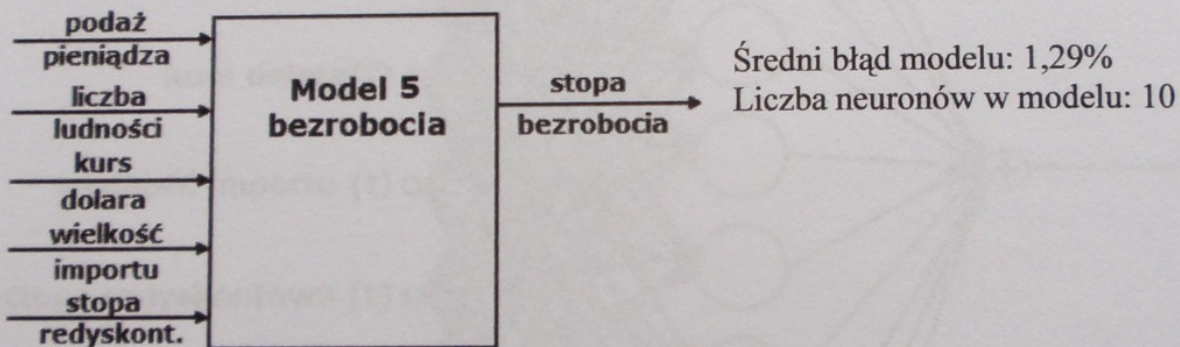


Rys. 44. Model bezrobocia uzyskany w 3 krokach badań.

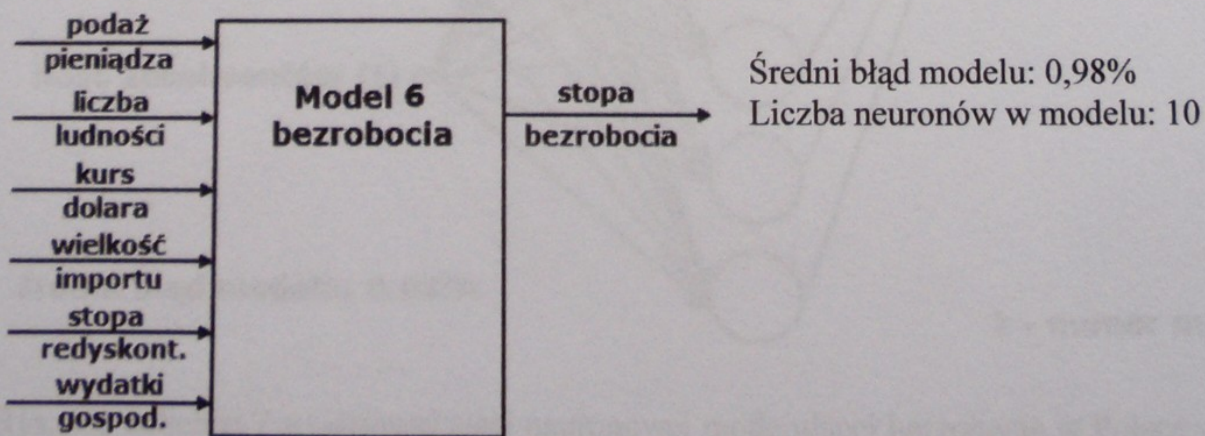
W kolejnych krokach metodą eksperymentów z sieciami neuronowymi uzyskano modele 4-7 przedstawione poniżej.



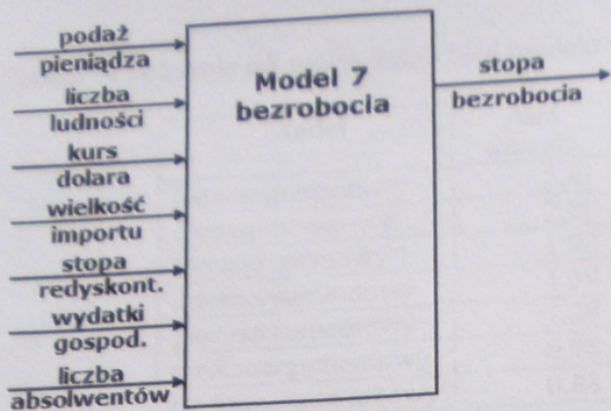
Rys. 45. 4-argumentowy model bezrobocia w Polsce (1992-1999)



Rys. 46. 5-argumentowy model bezrobocia w Polsce (1992-1999)



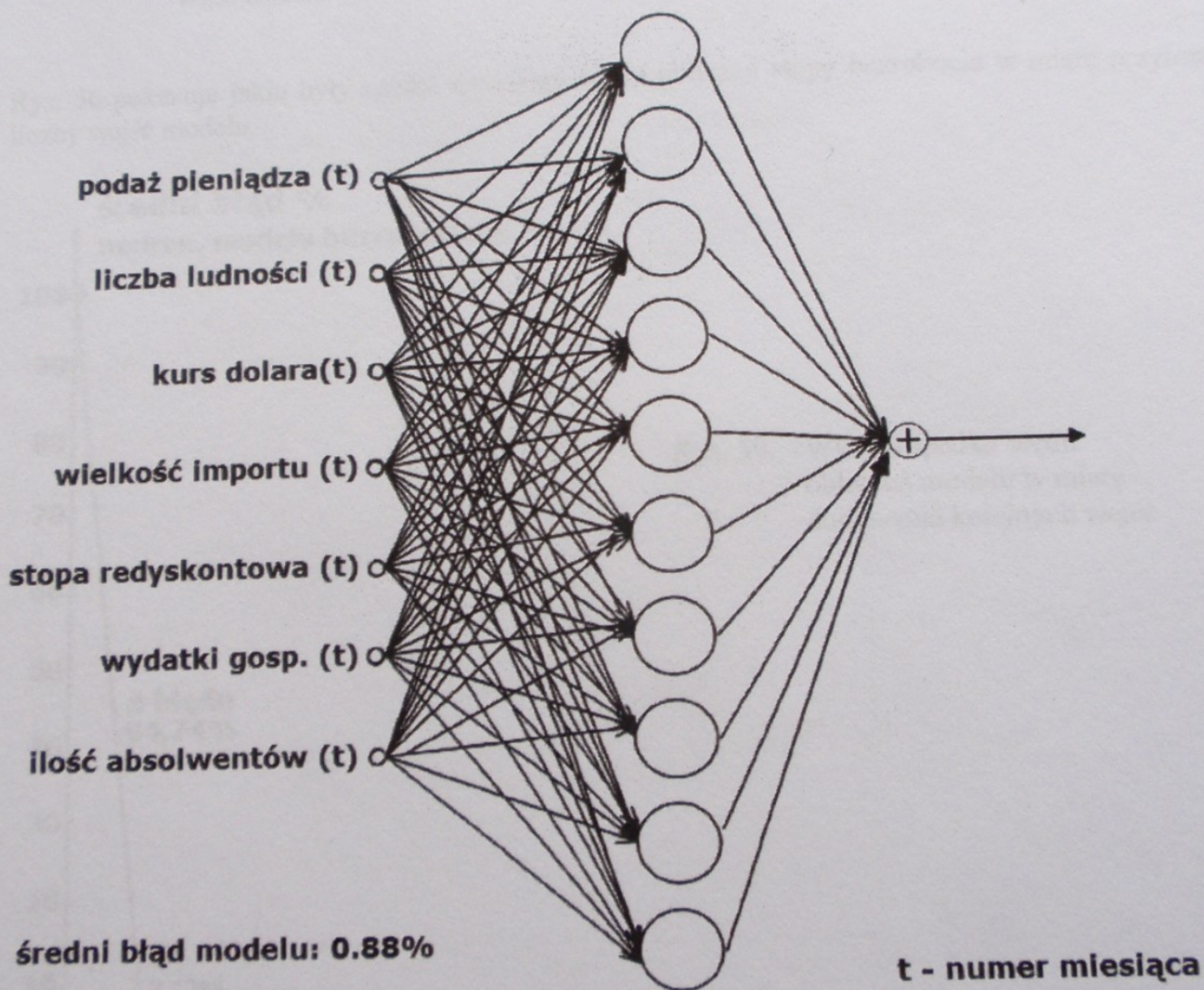
Rys. 47. 6-argumentowy model bezrobocia w Polsce (1992-1999)



Średni błąd modelu: 0,88%  
Liczba neuronów w modelu: 10

Uwaga: stan wejść  $x_t$  oraz wyjścia  $y$  dotyczy tego samego miesiąca ( $t$  – numer miesiąca)

Rys. 48. 7-argumentowy model bezrobocia w Polsce (1992-1999)



Rys. 49. Schemat 7-wejściowej sieci neuronowej modelującej bezrobocie w Polsce w okresie 1992-1999.

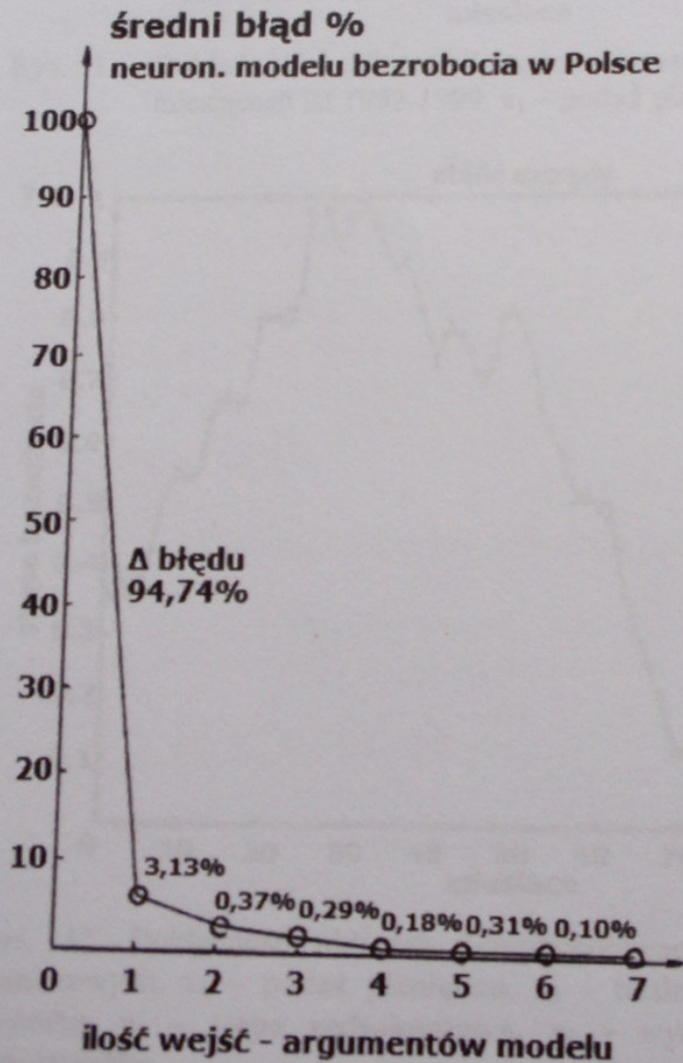
Tabela 11 pokazuje jak mała średni błąd modelu w miarę dodawania do niego kolejnych wejść.

Model	Błąd uczenia	Błąd testowania	Błąd średni
jednoargumentowy	5,41	5,11	5,26
dwoargumentowy	2,30	1,96	2,13
trzyargumentowy	1,92	1,59	1,76
czteroargumentowy	1,58	1,35	1,47
pięcioargumentowy	1,39	1,19	1,29
sześćoargumentowy	0,98	0,97	0,98
siedmioargumentowy	0,88	0,87	0,88

Tabela 11 – wartości błędów kolejnych modeli

Wzrost dokładności modelu bezrobocia w zależności od liczby wejść modelu.

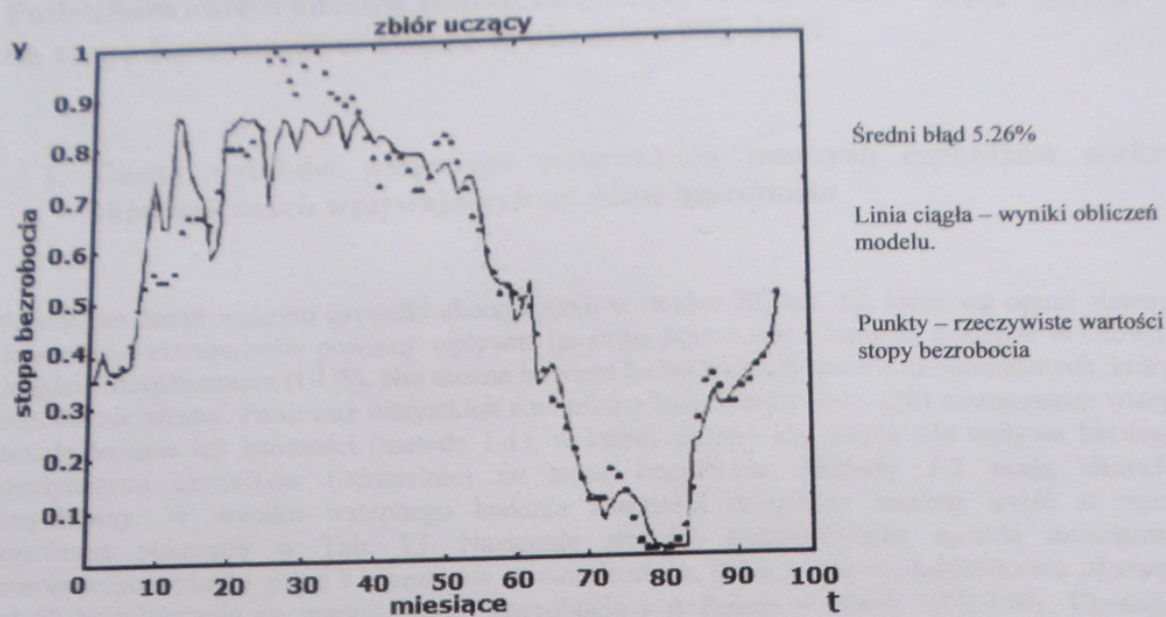
Rys. 50 pokazuje jakie były spadki średniego błędu obliczeń stopy bezrobocia w miarę przyrostu liczby wejść modelu.



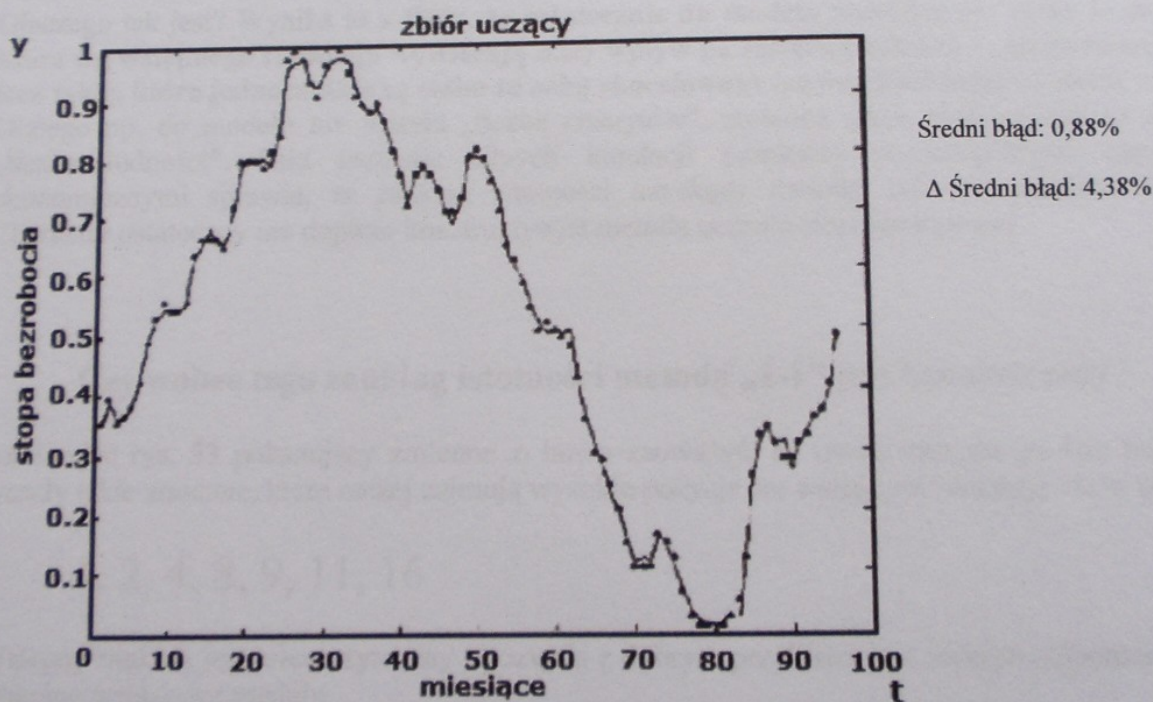
Rys. 50. Wykres spadku błędu obliczeń modelu w miarę dodawania kolejnych wejść

Jak wynika z rys. 50 3-4 argumentowy model bezrobocia jest wystarczający, bowiem dodanie kolejnych wejść nie powoduje już istotnej poprawy dokładności obliczeń stopy bezrobocia.

## Porównanie dokładności obliczeń 1-no i 7-argumentowego modelu



Rys. 51. Dokładność obliczeń 1-argumentowego modelu  $y=f(x_1)$  bezrobocia w kolejnych miesiącach lat 1992-1999.  $x_1$  – podaż pieniądza



Rys. 52. Dokładność obliczeń 7-argumentowego modelu  $y=f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)$  do próbek pomiarowych,  $x_1$  – podaż pieniądza,  $x_2$  – liczba ludności,  $x_3$  – kurs dolara,  $x_4$  – wielkość importu,  $x_5$  – stopa redyskontowa,  $x_6$  – wydatki gospodarstw domowych,  $x_7$  – liczba absolwentów

Jak pokazują rys. 51 i 52 neuronowy model z 7 wejściami wykazuje bardzo dużą i wyraźną poprawę dokładności obliczeń w porównaniu z modelem 1-wejściowym.



## Podsumowanie wyników badań dotyczących czynników wpływających na stopę bezrobocia w Polsce w okresie 1992-1999

### 1. Ocena wyników wstępnego wykrywania istotnych czynników makroekonomicznych wpływających na stopę bezrobocia

Na wstępie badań wykryto czynniki ekonomiczne w liczbie 28, tab. 12, które wg opinii stawnych ekspertów – ekonomistów powinny wpływać na stopę bezrobocia i które są dostępne w Głównym Urzędzie Statystycznym (GUS). Nie można bowiem badać tych czynników ekonomicznych, których wartości nie znamy. Ponieważ wszystkich czynników było bardzo dużo (28) zastosowano wstępną metodę badania ich istotności (metodę 1-1), w której starano się ocenić siłę wpływu każdego z pojedynczych czynników (oddzielnie) na stopę bezrobocia. **Metody 1-1 mają charakter przybliżony.** W wyniku wstępnego badania istotności określono ranking wejść  $x_i$  modelu bezrobocia pokazany w Tab. 13. Następnie stosując konstruktywną metodę modelowania neuronowego wykryto grupę 7 czynników ekonomicznych, które z wysoką dokładnością „tłumaczą” sposób kształtowania się wartości stopy bezrobocia  $y$  w Polsce w latach 1992-1999. Czynniki te pokazane są na rys. 53. Jak łatwo zauważyć, do modelu bezrobocia wszedł czynnik „liczba absolwentów” jako wejście  $x_7$ , który we wstępnym rankingu miał pozycję „16”. Nie wszedł natomiast czynnik „minimalne wynagrodzenie”, który we wstępnym rankingu miał pozycję „5”. Dlaczego tak jest? Wynika to z faktu, że **ostatecznie do modelu wchodzi nie tylko te czynniki, które wg wstępnego rankingu wywierają duży wpływ na zmienną zależną  $y$  „stopa bezrobocia” lecz takie, które jednocześnie są słabo ze sobą skorelowane** (są możliwie mało od siebie zależne). Dlatego np. do modelu nie weszła „liczba emerytów”, zmienna silnie skorelowana ze zmienną „liczba ludności”. Fakt istnienia silnych korelacji pomiędzy poszczególnymi czynnikami ekonomicznymi sprawia, że ranking istotności uzyskany metodą 1-1 ma charakter wstępny. Charakter ostateczny ma dopiero konstruktywna metoda uczenia sieci neuronowej.

#### Czy wobec tego ranking istotności metodą „1-1” jest bezużyteczny?

Analizując rys. 53 pokazujący zmienne  $x_i$  łatwo zauważyć, że ostatecznie do modelu bezrobocia weszły takie zmienne, które raczej zajmują wysokie pozycje we wstępnym rankingu. Są to pozycje:

1, 2, 4, 8, 9, 11, 16

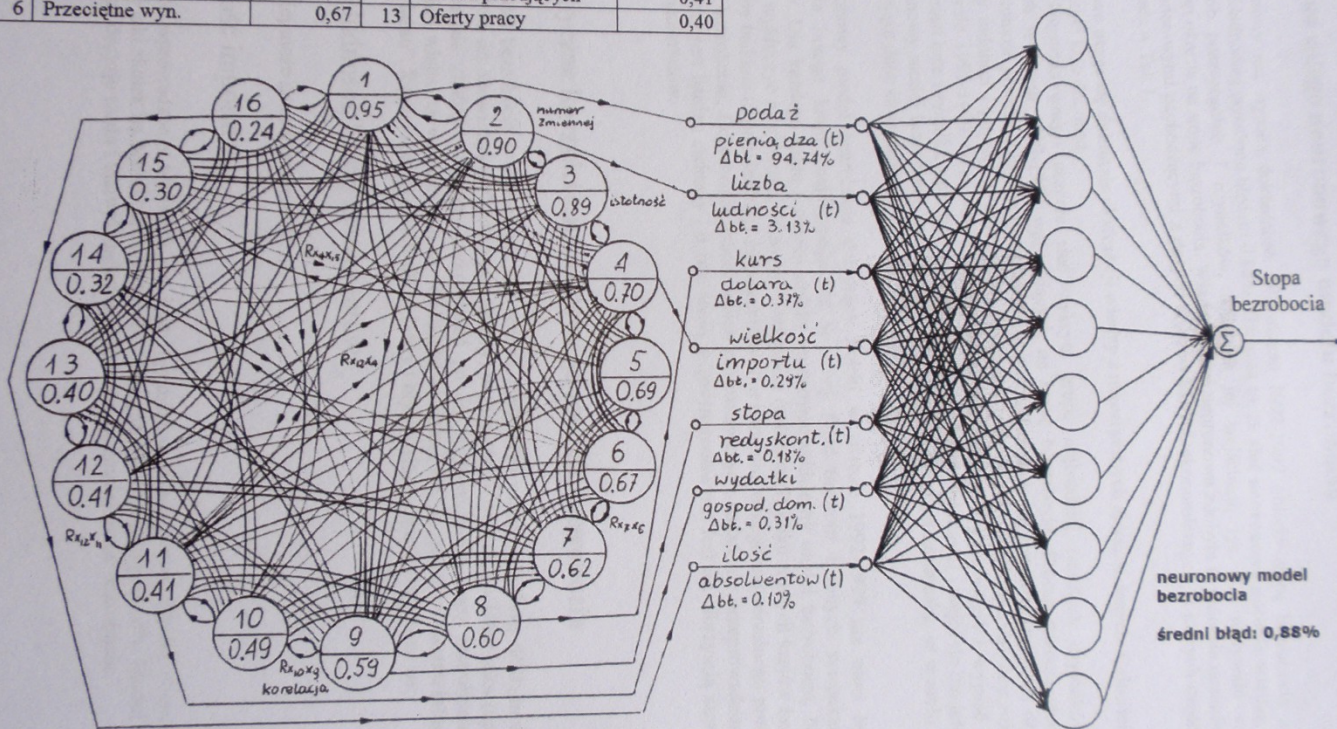
Wstępny ranking jest więc użyteczny i pozwala z dobrym przybliżeniem wykryć najbardziej istotne zmienne wejściowe modelu.

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15	x16	x17	x18	x19	x20	x21	x22	x23	x24	x25	x26	x27	x28	
x1-numer kwartału	1,00	0,97	0,35	0,22	0,33	0,11	0,14	0,15	0,07	0,07	0,42	0,17	0,24	0,23	0,28	0,17	0,23	0,20	0,67	0,41	0,29	0,44	0,56	0,45	0,47	0,35	0,42	0,44	
x2-numer miesiąca	0,98	0,99	0,48	0,24	0,33	0,11	0,15	0,15	0,00	0,07	0,49	0,17	0,34	0,31	0,31	0,19	0,23	0,22	0,69	0,71	0,33	0,83	0,57	0,52	0,54	0,70	0,77	0,41	
x3-oferty	0,38	0,07	1,00	0,41	0,00	0,57	0,68	0,53	0,43	0,59	0,48	0,51	0,63	0,62	0,59	0,52	0,56	0,63	0,35	0,45	0,32	0,13	0,36	0,54	0,53	0,44	0,48	0,63	
x4-absolw	0,46	0,40	0,54	1,00	0,67	0,76	0,85	0,81	0,76	0,86	0,61	0,85	0,73	0,86	0,87	0,76	0,76	0,66	0,33	0,05	0,30	0,23	0,32	0,69	0,67	0,39	0,38	0,68	
x5-pracujący	0,32	0,39	0,42	0,62	1,00	0,69	0,56	0,66	0,64	0,61	0,35	0,73	0,40	0,57	0,60	0,72	0,43	0,43	0,66	0,33	0,05	0,30	0,23	0,32	0,69	0,67	0,39	0,38	0,68
x6-emeryci	0,24	0,28	0,77	0,92	0,91	1,00	0,98	0,94	0,98	0,97	0,72	0,99	0,88	0,94	0,93	0,91	0,87	0,90	0,39	0,15	0,15	0,24	0,39	0,79	0,79	0,52	0,20	0,79	
x7-podaż	0,32	0,33	0,72	0,92	0,88	0,97	1,00	0,89	0,94	0,97	0,78	0,96	0,87	0,95	0,93	0,92	0,97	0,97	0,49	0,11	0,22	0,27	0,64	0,79	0,78	0,43	0,43	0,79	
x8-st. redysk.	0,26	0,25	0,50	0,80	0,83	0,95	0,95	1,00	0,93	0,96	0,66	0,95	0,79	0,88	0,86	0,84	0,94	0,91	0,48	0,10	0,31	0,19	0,66	0,68	0,67	0,48	0,42	0,71	
x9-dolar	0,15	0,14	0,38	0,58	0,58	0,91	0,75	0,82	1,00	0,86	0,70	0,92	0,82	0,79	0,74	0,72	0,65	0,70	0,28	0,12	0,24	0,18	0,24	0,62	0,62	0,45	0,18	0,52	
x10-inflacja	0,27	0,26	0,76	0,91	0,79	0,97	0,99	0,93	0,90	1,00	0,66	0,96	0,85	0,93	0,92	0,86	0,92	0,95	0,46	0,18	0,25	0,37	0,60	0,84	0,76	0,59	0,51	0,79	
x11-produkcja	0,41	0,45	0,47	0,37	0,34	0,75	0,69	0,59	0,72	0,68	1,00	0,76	0,88	0,82	0,71	0,64	0,65	0,65	0,50	0,35	0,26	0,34	0,21	0,72	0,69	0,25	0,14	0,49	
x12-ludność	0,33	0,34	0,67	0,88	0,92	0,99	0,92	0,91	0,97	0,96	0,75	1,00	0,89	0,94	0,92	0,91	0,72	0,78	0,40	0,21	0,30	0,31	0,43	0,84	0,83	0,45	0,30	0,78	
x13-export	0,28	0,28	0,69	0,58	0,44	0,90	0,84	0,75	0,86	0,86	0,88	0,91	1,00	0,92	0,81	0,78	0,74	0,76	0,36	0,11	0,24	0,27	0,26	0,74	0,72	0,44	0,29	0,67	
x14-import	0,36	0,41	0,68	0,88	0,67	0,94	0,92	0,86	0,90	0,93	0,86	0,92	0,92	1,00	0,97	0,84	0,81	0,85	0,52	0,35	0,12	0,32	0,47	0,82	0,82	0,26	0,00	0,77	
x15-saldo	0,38	0,32	0,59	0,88	0,74	0,87	0,90	0,84	0,79	0,87	0,70	0,81	0,79	0,97	1,00	0,81	0,77	0,81	0,40	0,25	0,16	0,31	0,19	0,83	0,83	0,16	0,29	0,74	
x16-minimalne wyn.	0,18	0,26	0,69	0,75	0,82	0,90	0,93	0,85	0,82	0,89	0,65	0,87	0,77	0,88	0,86	1,00	0,80	0,83	0,36	0,32	0,29	0,26	0,39	0,71	0,71	0,35	0,17	0,75	
x17-przec. wyn.	0,30	0,25	0,59	0,68	0,58	0,85	0,94	0,85	0,75	0,87	0,66	0,79	0,78	0,87	0,84	0,84	1,00	1,00	0,41	0,25	0,22	0,29	0,64	0,74	0,81	0,29	0,39	0,77	
x18-wynagrodzenia	0,44	0,28	0,76	0,74	0,17	0,82	0,96	0,81	0,72	0,87	0,71	0,73	0,79	0,89	0,87	0,80	0,99	1,00	0,44	0,15	0,18	0,24	0,62	0,85	0,77	0,21	0,33	0,80	
x19-dochody	0,69	0,70	0,23	0,21	0,45	0,29	0,20	0,29	0,26	0,27	0,49	0,30	0,36	0,40	0,36	0,20	0,07	0,10	1,00	0,65	0,45	0,50	0,73	0,49	0,49	0,53	0,40	0,23	
x20-wydatki	0,43	0,51	0,33	0,17	0,34	0,30	0,19	0,27	0,31	0,32	0,38	0,37	0,42	0,34	0,30	0,19	0,15	0,09	0,65	0,99	0,69	0,51	0,39	0,41	0,39	0,72	0,73	0,22	
x21-wynik	0,38	0,31	0,26	0,05	0,22	0,23	0,16	0,20	0,20	0,38	0,17	0,32	0,28	0,20	0,19	0,17	0,21	0,16	0,38	0,68	1,00	0,22	0,32	0,20	0,20	0,60	0,50	0,29	
x22-pod os. prawne	0,40	0,54	0,34	0,17	0,35	0,14	0,09	0,27	0,31	0,20	0,12	0,28	0,17	0,00	0,15	0,08	0,17	0,29	0,48	0,55	0,27	1,00	0,50	0,24	0,26	0,67	0,56	0,07	
x23-pod. os. fiz.	0,61	0,62	0,21	0,34	0,47	0,36	0,54	0,49	0,06	0,28	0,46	0,36	0,26	0,29	0,54	0,06	0,50	0,58	0,74	0,45	0,25	0,18	1,00	0,58	0,61	0,30	0,34	0,16	
x24-przychody	0,47	0,46	0,49	0,69	0,27	0,66	0,76	0,55	0,56	0,70	0,74	0,60	0,71	0,83	0,84	0,62	0,58	0,64	0,45	0,37	0,15	0,25	0,29	1,00	0,99	0,33	0,44	0,72	
x25-koszty	0,50	0,52	0,53	0,71	0,37	0,67	0,79	0,58	0,57	0,70	0,73	0,61	0,70	0,84	0,85	0,63	0,61	0,67	0,46	0,41	0,17	0,33	0,28	0,99	1,00	0,36	0,51	0,71	
x26-wynik fin. n.	0,40	0,45	0,30	0,14	0,50	0,37	0,10	0,19	0,44	0,15	0,41	0,47	0,37	0,00	0,04	0,19	0,22	0,27	0,49	0,69	0,42	0,41	0,42	0,33	0,36	1,00	0,94	0,22	
x27-wynik fin. b.	0,46	0,52	0,27	0,26	0,15	0,35	0,60	0,50	0,44	0,29	0,57	0,51	0,48	0,46	0,39	0,48	0,59	0,72	0,37	0,71	0,41	0,38	0,28	0,44	0,52	0,94	1,00	0,39	
x28wydatki gosp.	0,47	0,47	0,67	0,56	0,35	0,68	0,84	0,66	0,51	0,73	0,57	0,61	0,69	0,75	0,74	0,71	0,78	0,78	0,27	0,12	0,33	0,32	0,09	0,71	0,72	0,32	0,34	0,99	

Tab. 12. Macierz współczynników korelacji nieliniowej wyliczonych w oparciu o modele opracowane przy wykorzystaniu sieci neuronowych ( $R_{x_i x_j}$ ).

lp	Nazwa zmiennej	istotność	7	Saldo (exp-imp)	0,62	14	Podatek doch. (os.fiz.)	0,32
1	Podaż pieniądza	0,95	8	Kurs dolara	0,60	15	Wielkość eksportu	0,30
2	Liczba ludności	0,90	9	Stopa redyskontowa	0,59	16	Liczba absolwentów	0,24
3	Liczba emerytów	0,89	10	Przychody firm	0,49			
4	Wielkość importu	0,70	11	Wydatki gosp.	0,41			
5	Minimalne wyn.	0,69	12	Liczba pracujących	0,41			
6	Przeciętne wyn.	0,67	13	Oferty pracy	0,40			

Tab. 13 Ranking istotności (wstępny)



## 2. Ocena całego neuronowego modelu bezrobocia

Model neuronowy ma wysoką dokładność. Dla okresu 1992-1999 oblicza stopę bezrobocia z przeciętną dokładnością wyrażoną błędem 0,88%. Oznacza to, że sieć neuronowa posiada wiedzę, w jaki sposób poszczególne 7 czynników, będących jej wejściami, rys. 53, wpływało w rozpatrywanym okresie na stopę bezrobocia. Wiedzę tę sieć neuronowa zdobyła w procesie uczenia próbkami pomiarowymi pochodzącymi z dużych zbiorów danych ekonomicznych, z których część pokazana została w Tab.1.

**Sieć neuronowa ucząc się dokonała ekstrakcji wiedzy** z numerycznych zbiorów danych. Człowiek nie byłby w stanie tego dokonać.

W procesie konstruktywnego uczenia sieć wykryła grupę najbardziej istotnych czynników ekonomicznych w latach 1992-1999 wpływających na stopę bezrobocia. Proces uczenia sieci wykazał, że istotność poszczególnych czynników nie jest stała i zmienia się z czasem (przykład siły wpływu liczby ludności i podaży pieniądza). W związku z tym, po roku 1999 niektóre czynniki istotne w okresie 1992-1999 mogą stracić na istotności (nie w sposób gwałtowny) i wypaść z modelu, natomiast inne czynniki, wcześniej nieistotne mogą zyskać na istotności i wejść do modelu. Dlatego neuronowy model bezrobocia musi być aktualizowany z miesiąca na miesiąc w oparciu o nowe, napływające dane ekonomiczne.

**Uwaga:** neuronowy model bezrobocia dotyczący Polski w okresie 1992-1999 nie musi być prawdziwy dla innego kraju znajdującego się w innej fazie rozwoju i innych warunkach gospodarczych. Dla każdego kraju i okresu należy opracować oddzielny model bezrobocia. Nie należy jednak wykluczyć możliwości, że model bezrobocia (zależności) kilku różnych krajów będą podobne. Gdyby badania to potwierdziły, świadczyłoby to o istnieniu jednego uniwersalnego prawa kształtującego bezrobocie. Dotychczas jednak takich porównawczych badań nie przeprowadzono, mimo że problem jest bardzo ciekawy i o znaczeniu międzynarodowym. Jest on olbrzymią szansą badawczą dla naukowców.

## 3. Praktyczne korzyści z neuronowego modelu bezrobocia

Posiadając model bezrobocia w Polsce np. dla okresu 1992-1999 możemy z dużą dokładnością założyć, że będzie on obowiązywał (będzie prawdziwy) w pierwszym okresie po 1999 roku (np. w pierwszym kwartale 2000r) i możemy wykorzystać go do prognozowania stopy bezrobocia w przypadku zmian wielkości wejściowych  $x_i$ . Wielkości te dzielą się na „**trudno nastawialne**” i „**łatwo nastawialne**”. Rząd polski nie może np. w łatwy i błyskawiczny sposób wpływać na:

liczbę ludności, liczbę absolwentów

Łatwiej i szybciej może natomiast zmienić

wielkość importu

przez np. nagle wprowadzenie wysokich ceł i/lub ograniczeń importowych. Model neuronowy pozwoli zbadać jaki skutek na bezrobocie wywarłoby zmniejszenie importu np. o 10%. Model może więc wspomagać decyzje rządu i ułatwić znalezienie sposobu na zmniejszenie bezrobocia.

## Sprawdź czy zrozumiałeś!

1. Do czego potrzebny jest model bezrobocia w państwie?
2. Czym dokładnie jest stopa bezrobocia?
3. Jakie czynniki mogą potencjalnie wpływać na stopę bezrobocia? Skąd można się o tym dowiedzieć?
4. Ile potencjalnych czynników wpływających na stopę bezrobocia przebadano? Podaj ich przykłady.
5. Podaj przykłady czynników ekonomicznych, co do których dane numeryczne są niepewne oraz takich, których dane są pewne.
6. Na czym polega badanie istotności czynników wejściowych modelu metodą 1-1?
7. Na czym polega badanie istotności zmiennej  $x_i$  metodą Cunninghama?
8. Jak można stworzyć modele przeciętnej zależności  $y=f(x_i)$ ? Jakimi metodami?
9. Na czym polega badanie istotności zmiennościowej zmiennej  $x_i$  i dlaczego metodę tą wprowadzono, jeżeli istnieje metoda Cunninghama?
10. Wyjaśnij pojęcie znacnościowej istotności zmiennej i sposobu jej obliczania. Jak rozpoznać wizualnie istotność znacnościową?
11. Dlaczego przy obliczaniu istotności zmiennościowej i znacnościowej zmiennej  $x_i$  należy dokonywać normalizacji zmiennych?
12. Wyjaśnij pojęcie korelacji dwóch lub więcej zmiennych wejściowych modelu. Dlaczego zmienne silnie skorelowane można z modelu usunąć?
13. Jak można obliczyć stopień korelacji 2 zmiennych  $x_i, x_j$ ? Podaj przykłady zmiennych silnie skorelowanych w modelu bezrobocia.
14. Czy korelacja 2 zmiennych  $x_i, x_j$  jest zwykle symetryczna czy asymetryczna? Podaj przykłady dwóch zmiennych skorelowanych symetrycznie i asymetrycznie, niekoniecznie z problemu bezrobocia.
15. Na jakiej podstawie wyeliminowano niektóre zmienne wejściowe z modelu bezrobocia?
16. Na czym polega konstruktywna i destruktywna metoda tworzenia modelu? Opisz wady i zalety każdej z tych metod.
17. Z czego składa się jedna próbka ucząca neuronowego modelu bezrobocia? Ile próbek uczących było do dyspozycji? Czy jest to duża czy mała liczba względem liczby wejść modelu?
18. Dlaczego w modelowaniu bezrobocia użyto sztucznych próbek testujących? W jaki sposób próbki te uzyskano? Który z każdorazowo 10 wygenerowanych modeli w danym kroku

badań akceptowano?

19. W jaki sposób dobrano liczbę neuronów w pośredniej, ukrytej warstwie modelu bezrobocia?
20. Jakie wnioski można wyciągnąć z faktu, że neuronowy model *stopa bezrobocia* =  $f(\text{podaż pieniądza})$  ma niską dokładność obliczeń dla pierwszych 40 miesięcy oraz wysoką dokładność dla pozostałych miesięcy?
21. Jakie wnioski można wyciągnąć z faktu, że neuronowy model *stopa bezrobocia* =  $f(\text{podaż pieniądza, liczba ludności})$  ma wysoką dokładność dla całego okresu 96 miesięcy (uwzględniając pytanie 21)?
22. Czym charakteryzuje się rozkład próbek uczących modelu *stopa bezrobocia* =  $f(\text{podaż pieniądza, liczba ludności})$ , rys. 32 i co z tego wynika?
23. Jakie zapytanie (polecenia obliczeń) mogą być kierowane do modeli neuronowych i innych? Jakich zapytań nie wolno stosować?
24. Czy można „zobaczyć” powierzchnie 4-wymiarowego modelu zależności  $y = f(x_1, x_2, x_3)$  lub więcej-wymiarowego modelu? W jaki sposób?
25. Wytlumacz pojęcie przekroju powierzchni modelu.
26. Opisz przebieg konstruktywnego tworzenia modelu bezrobocia w Polsce. Jakie zmienne  $x_i$  ostatecznie okazały się najbardziej istotne? Jaką dokładność modelowania uzyskano?
27. Czy model bezrobocia koniecznie powinien mieć 7 wejść? Czy można stosować modele z mniejszą liczbą wejść?
28. Czy ocena istotności wejść modelu metodą „1-1” jest użyteczna czy nie? Uzasadnij odpowiedź.
29. Dlaczego ostateczny ranking istotności wejść modelu może nie pokryć się ze wstępnym rankingiem uzyskanym metodą „1-1”?
30. Czy nauczona sieć neuronowa posiada „wiedzę”? Jeżeli tak, to skąd wiedza pochodzi i w czym się wyraża?
31. Jakie mogą być praktyczne korzyści z modelu bezrobocia? Wyjaśnij pojęcie „łatwo” i „trudno” nastawialnych wielkości wejściowych tego modelu.