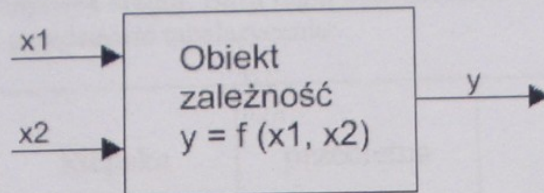


Konstruowanie modelu rozmytego – wersja 2-argumentowa



Problem ustalenia rozsądnej wysokości napiwku w restauracji

Często jadam sam lub z przyjaciółmi kolację w pewnej restauracji. Dotychczas dawałem kelnerowi napiwki w sposób dość chaotyczny, bez żadnej koncepcji. Kwota napiwków wahała się w zakresie 0-50zł. Nie zamierzam i nigdy nie dam więcej niż 50zł napiwku. Obecnie postanowiłem sprawę napiwków uporządkować a ich wysokość N ustalać przy każdej kolacji wg pewnych zasad, które uznaję za słuszne. Postanowiłem, że wysokość N [zł] napiwku uzależnię od jakości jedzenia J [pkt] oraz od jakości obsługi mnie przez kelnerów – Ob [pkt]. Za jakość jedzenia będę przydzielał maksymalnie 10pkt, podobnie za jakość obsługi.

Lingwistycznie jakość obsługi Ob oceniać będę z użyciem słów „kiepska, przeciętna, super” a jakość jedzenia J słowami „niezbyt smaczne, takie sobie (średnie), znakomite”. Wysokość napiwków N [zł] będę oceniał z użyciem słów „skromny, średni, hojny”.

Zastanawiałem się, jakie zasady (reguły) słowne określania wysokości napiwków byłyby wg mnie rozsądne. Wynikiem tych rozważań są następujące, moje zasady ustalania napiwku:

- R1: JEŚLI (obsługa $Ob =$ kiepska) LUB (jedzenie $J =$ niezbyt smaczne)
TO (napiwek $N =$ skromny)
- R2: JEŚLI (obsługa $Ob =$ przeciętna) I (jedzenie $J =$ takie sobie)
TO (napiwek $N =$ średni)
- R3: JEŚLI (obsługa $Ob =$ super) I (jedzenie $J =$ takie sobie)
TO (napiwek $N =$ średni)
- R4: JEŚLI (obsługa $Ob =$ przeciętna) I (jedzenie $J =$ znakomite)
TO (napiwek $N =$ średni)
- R5: JEŚLI (obsługa $Ob =$ super) I (jedzenie $J =$ znakomite)
TO (napiwek $N =$ hojny)

Reguły takie przyjąłem dlatego, ponieważ uważam, że jeżeli chociaż jeden z atrybutów (obsługa lub jedzenie) będzie na najniższym poziomie to nie należy się napiwek większy niż skromny. Uważam także, że najwyższy napiwek (hojny) należy dać tylko w przypadku, gdy zarówno obsługa jak i jedzenie będzie jednocześnie na najwyższym poziomie. W pozostałych przypadkach należy dać napiwek średni. Baza reguł odzwierciedla moje poglądy. Słowną bazę reguł R1-R5 można przedstawić tabelarycznie:

Obsługa \ Jedzenie	kiepska	przeciętna	super
niezbyt smaczne	skromny ^{R1}	skromny ^{R1}	skromny ^{R1}
średnie	skromny ^{R1}	średni ^{R2}	średni ^{R3}
znakomite	skromny ^{R1}	średni ^{R4}	hojny ^{R5}

napiwek

Należy zwrócić uwagę na to, że reguła R1 w której występuje łącznik logiczny LUB (OR) określa wartości napiwku aż dla 5 pól (kombinacji słownych wartości obsługi i jedzenia), natomiast pozostałe reguły z łącznikiem I (AND) określają napiwek tylko w jednym polu każda.

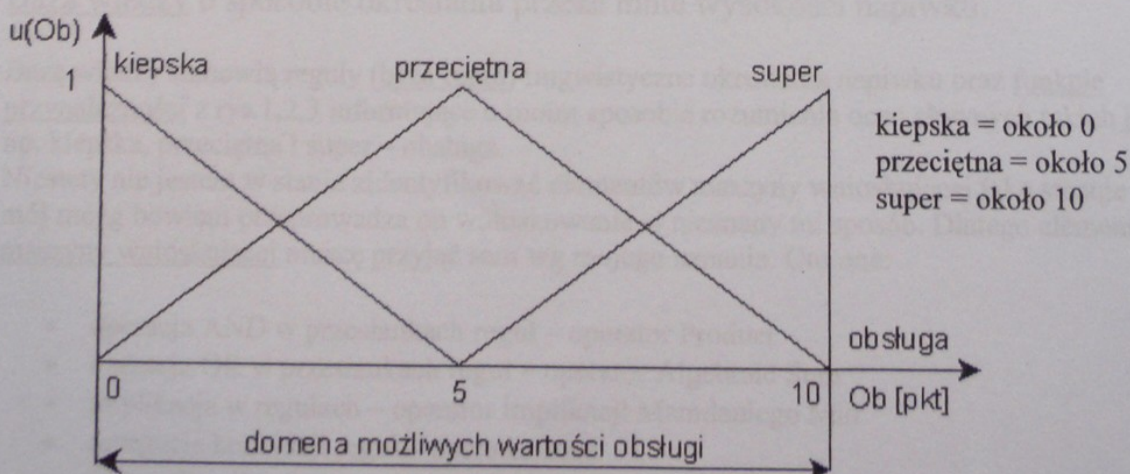
R1: JEŚLI (obsługa kiepska) LUB (jedzenie niezbyt smaczne) TO (napiwek skromny)

R5: JEŚLI (obsługa super) I (jedzenie znakomite) TO (napiwek hojny)

Stosowanie łącznika LUB (OR) znacznie zwiększa zakres wpływu reguły względem łącznika I (AND). Wiąże się to jednak z pewnym niebezpieczeństwem – niebezpieczeństwem tworzenia niespójnych logicznie, sprzecznych baz reguł. Będzie to pokazane w dalszej części przykładu.

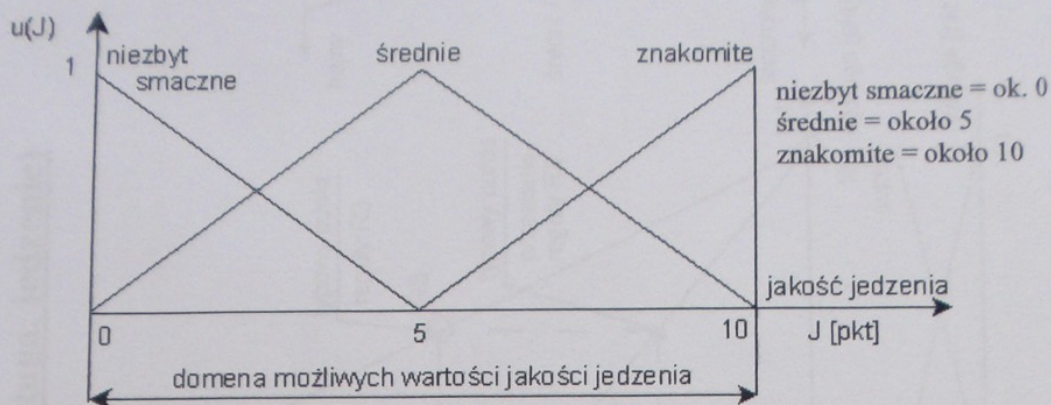
Prezentowanie bazy reguł w formie tabelarycznej jest bardzo korzystne bowiem łatwo możemy wówczas wykryć błędy w formułowaniu konkluzji reguł.

Dla słownej oceny obsługi przyjąłem następujące funkcje przynależności:

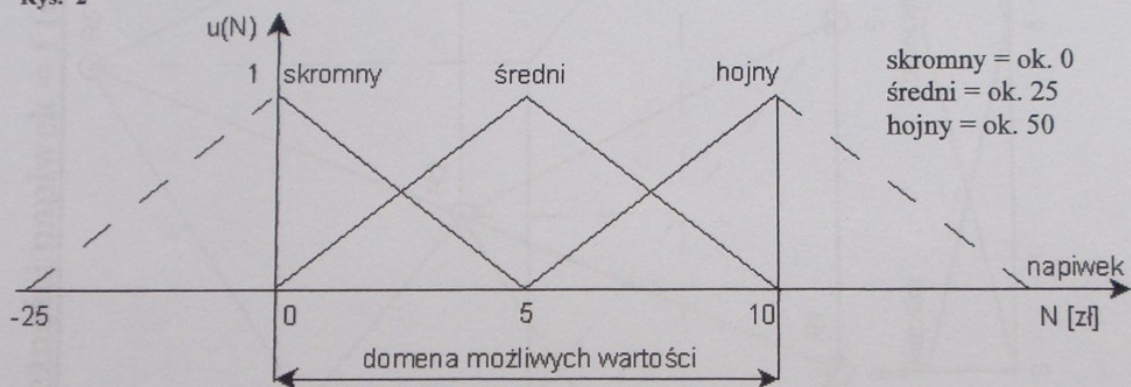


Rys. 1

Do lingwistycznej oceny jakości jedzenia przyjąłem funkcje przynależności przedstawione na rys.2 a dla wysokości napiwku funkcji z rys.3.



Rys. 2



Rys. 3

Brzegowe funkcje przynależności napiwku N, to jest „skromny” i „hojny” zostały sztucznie rozszerzone poza domenę możliwych wartości napiwku po to, aby przy defuzyfikacji wniosków metodą środków ciężkości metoda ta była w stanie obliczyć graniczne wartości napiwku 0 oraz 50.

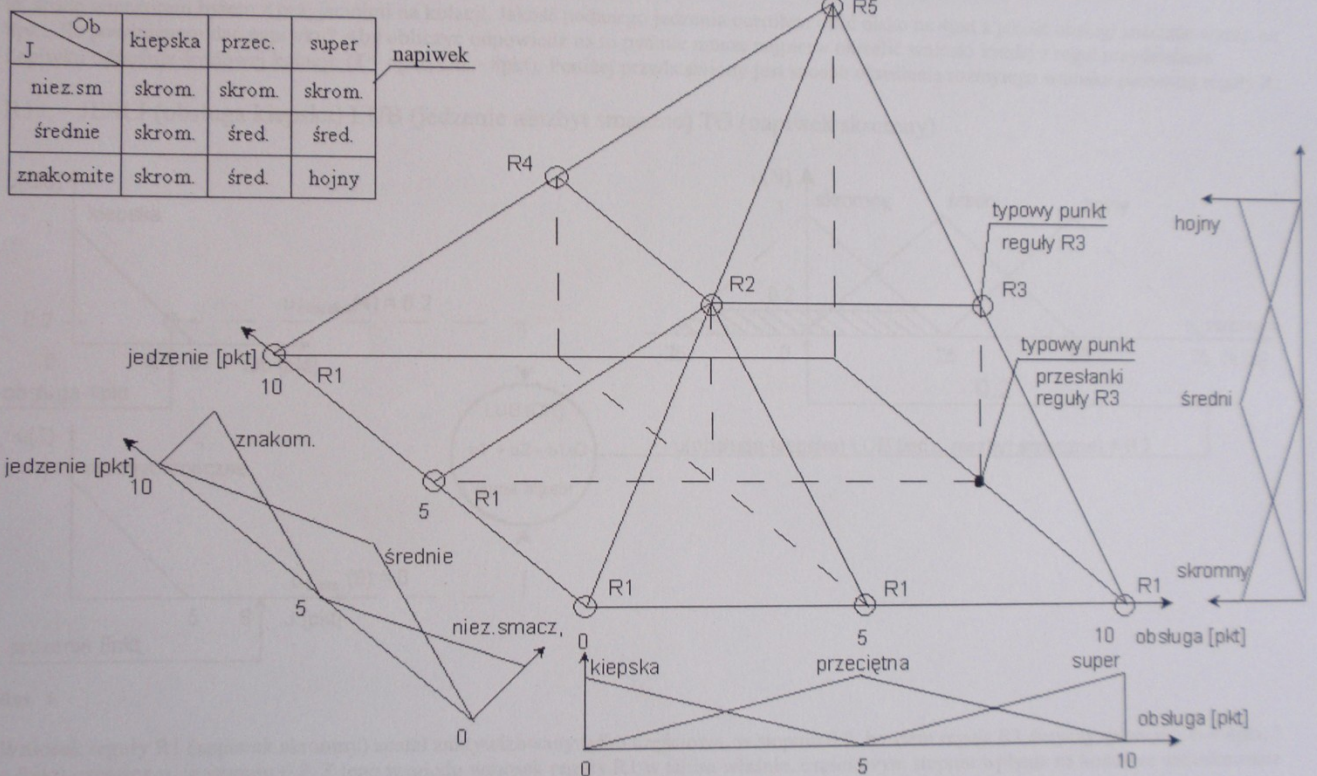
Baza wiedzy o sposobie określania przeze mnie wysokości napiwku.

Bazę wiedzy stanowią reguły (baza reguł) lingwistyczne określania napiwku oraz funkcje przynależności z rys.1,2,3 informujące o moim sposobie rozumienia ocen słownych takich jak np. kiepska, przeciętna i super – obsługa.

Niestety nie jestem w stanie zidentyfikować elementów maszyny wnioskującej jaką stosuje mój mózg bowiem przeprowadza on wnioskowanie w nieznanym mi sposób. Dlatego elementy maszyny wnioskującej muszę przyjąć sam wg mojego uznania. Oto one:

- operacja AND w przesłankach reguł – operator Product
- operacja OR w przesłankach reguł – operator Algebraic Sum
- implikacja w regułach – operator implikacji Mamdaniego Min
- agregacja konkluzji reguł – operator Max
- defuzyfikacji (wyostrzenie) – metoda środków ciężkości i metoda singletonów

Powierzchnia rozmytego modelu zależności napiwek = f (obsługa, jedzenie)

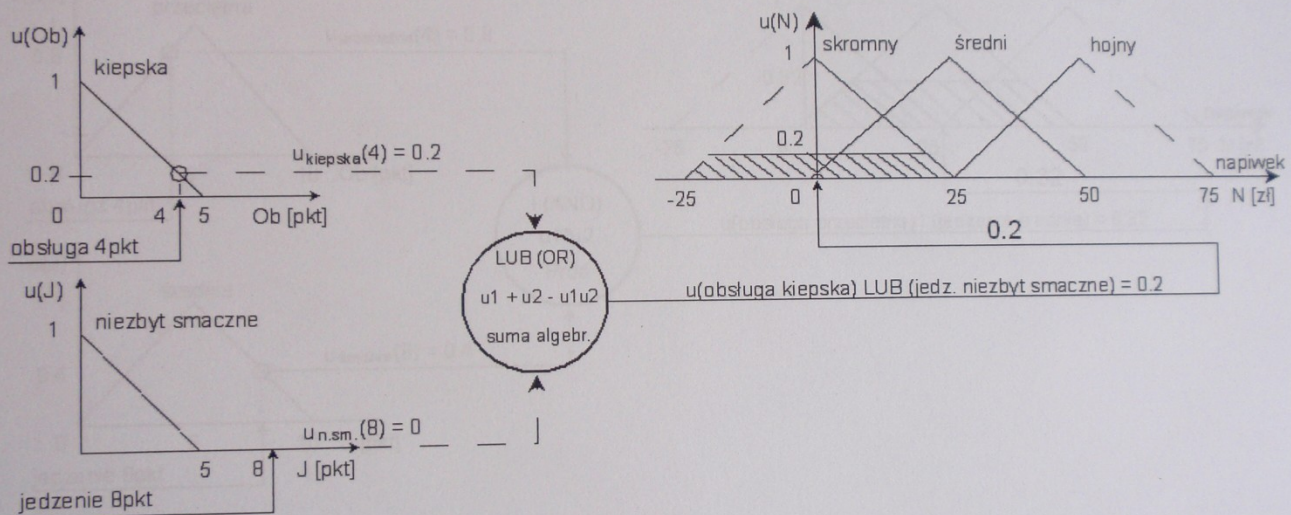


Rys. 4

Przykład użycia modelu rozmytego dla obliczenia wysokości napiwku N

W środę wieczorem byłem z przyjaciółmi na kolacji. Jakość podanego jedzenia ocenilem dość nisko na 4pkt a jakość obsługi znacznie wyżej: na 8pkt. Ile powinienem dać napiwku? Aby obliczyć odpowiedź na to pytanie muszę najpierw określić wnioski każdej z reguł przydzielania napiwku odnośnie śródownej kolacji: ($J = 4\text{pkt}$, $Ob = 8\text{pkt}$). Poniżej przedstawiony jest sposób określenia rozmytego wniosku pierwszej reguły R1

R1: JEŚLI (obsługa kiepska) LUB (jedzenie niezbyt smaczne) TO (napiwek skromny)

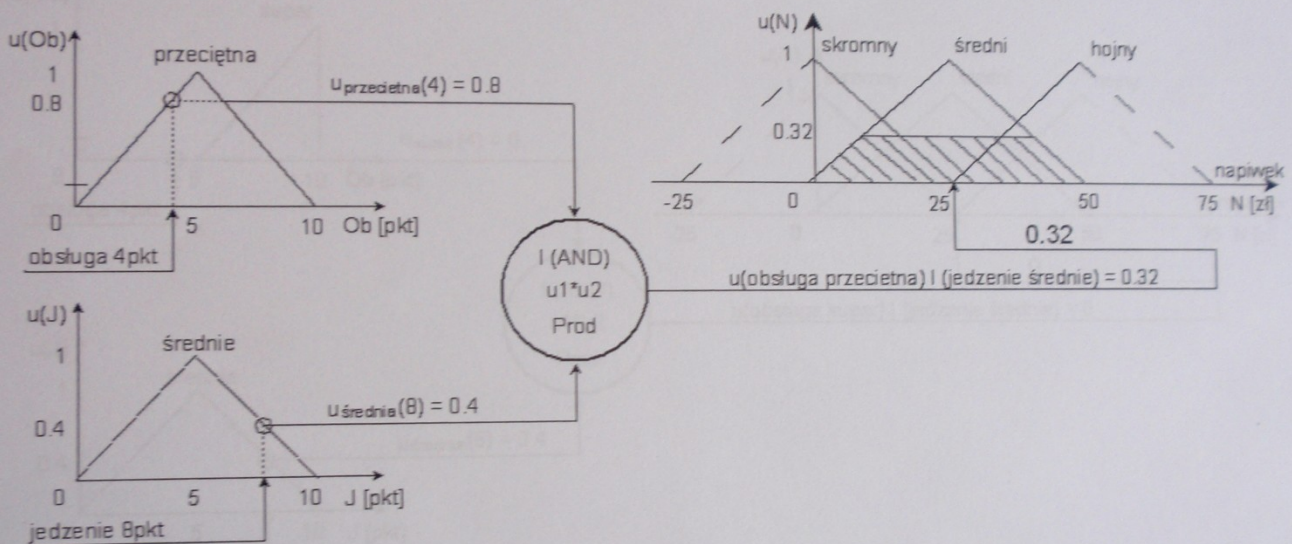


Rys. 5

Wniosek reguły R1 (napiwek skromny) został zaktywizowany tylko częściowo, w stopniu 0.2, bowiem reguła R1 dotyczy sytuacji ($Ob = 4\text{pkt}$, $J = 8\text{pkt}$) częściowo, w stopniu 0.2. Z tego względu wniosek reguły R1 w takim właśnie, częściowym stopniu wpłynie na końcowe wnioskowanie całej bazy reguł.

Określenie wniosku reguły R2 odnośnie rozpatrywanej sytuacji (Ob = 4pkt, J = 8pkt)

R2: JEŚLI (obsługa przeciętna) I (jedzenie średnie) TO (napiwek średni)

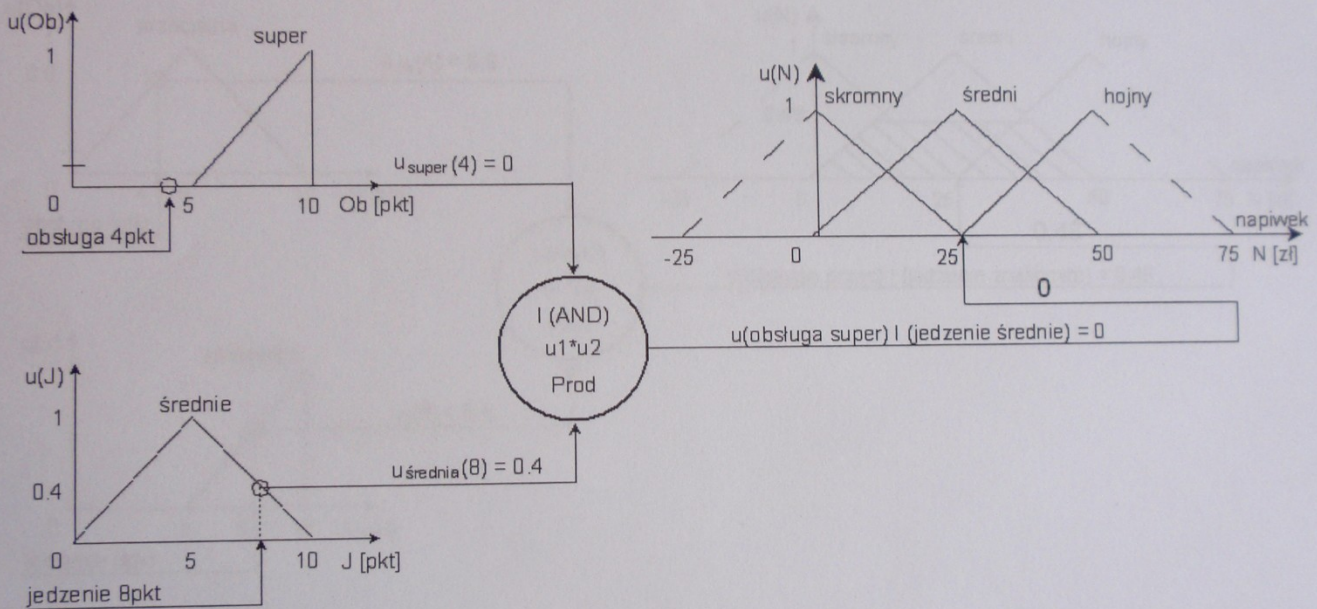


Rys. 6

Reguła R2 dotyczy rozpatrywanej sytuacji (Ob = 4pkt, J=8pkt) w stopniu 0.32, a więc tylko częściowo. Z tego względu jej wniosek będzie również częściowo, w stopniu 0.32 uczestniczył w końcowym wnioskowaniu.

Określenie wniosku reguły R3 odnośnie rozpatrywanej sytuacji (Ob = 4pkt, J = 8pkt)

R3: JEŚLI (obsługa super) I (jedzenie średnie) TO (napiwek średni)

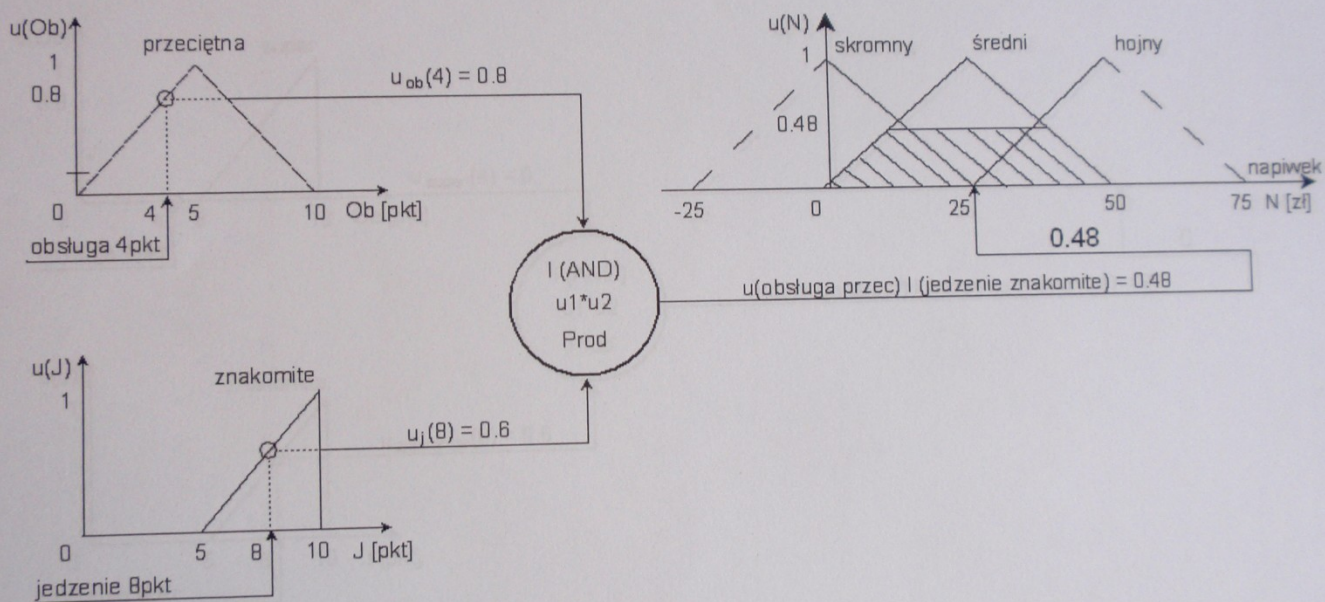


Rys. 7

Wniosek reguły R3 nie został w ogóle zaktywizowany, ponieważ przesłanka tej reguły w ogóle nie dotyczy rozpatrywanej sytuacji (Ob = 4pkt) AND (J = 8pkt). Z tego względu wniosek reguły R3 w ogóle nie weźmie udziału w końcowym, zbiorowym wnioskowaniu.

Określenie wniosku reguły R4 odnośnie rozpatrywanej sytuacji ($Ob = 4\text{pkt}$, $J = 8\text{pkt}$)

R4: JEŚLI (obsługa przeciętna) I (jedzenie znakomite) TO (napiwek średni)

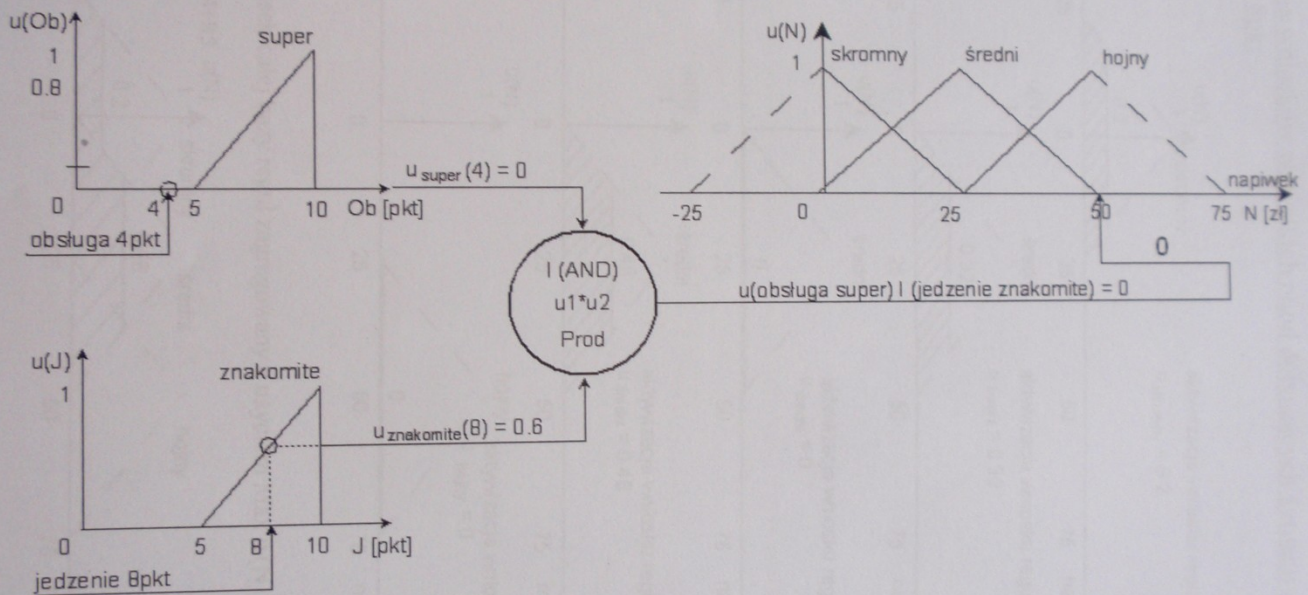


Rys. 8

Rozpatrywana sytuacja ($Ob = 4\text{pkt}$, $J = 8\text{pkt}$) dotyczy przesłanki reguły R4 w stopniu 0.48. Dlatego wniosek tej reguły (średni napiwek) będzie w stopniu 0.48 uczestniczył w końcowym wnioskowaniu.

Określenie wniosku reguły R5 odnośnie rozpatrywanej sytuacji (Ob = 4pkt, J = 8pkt)

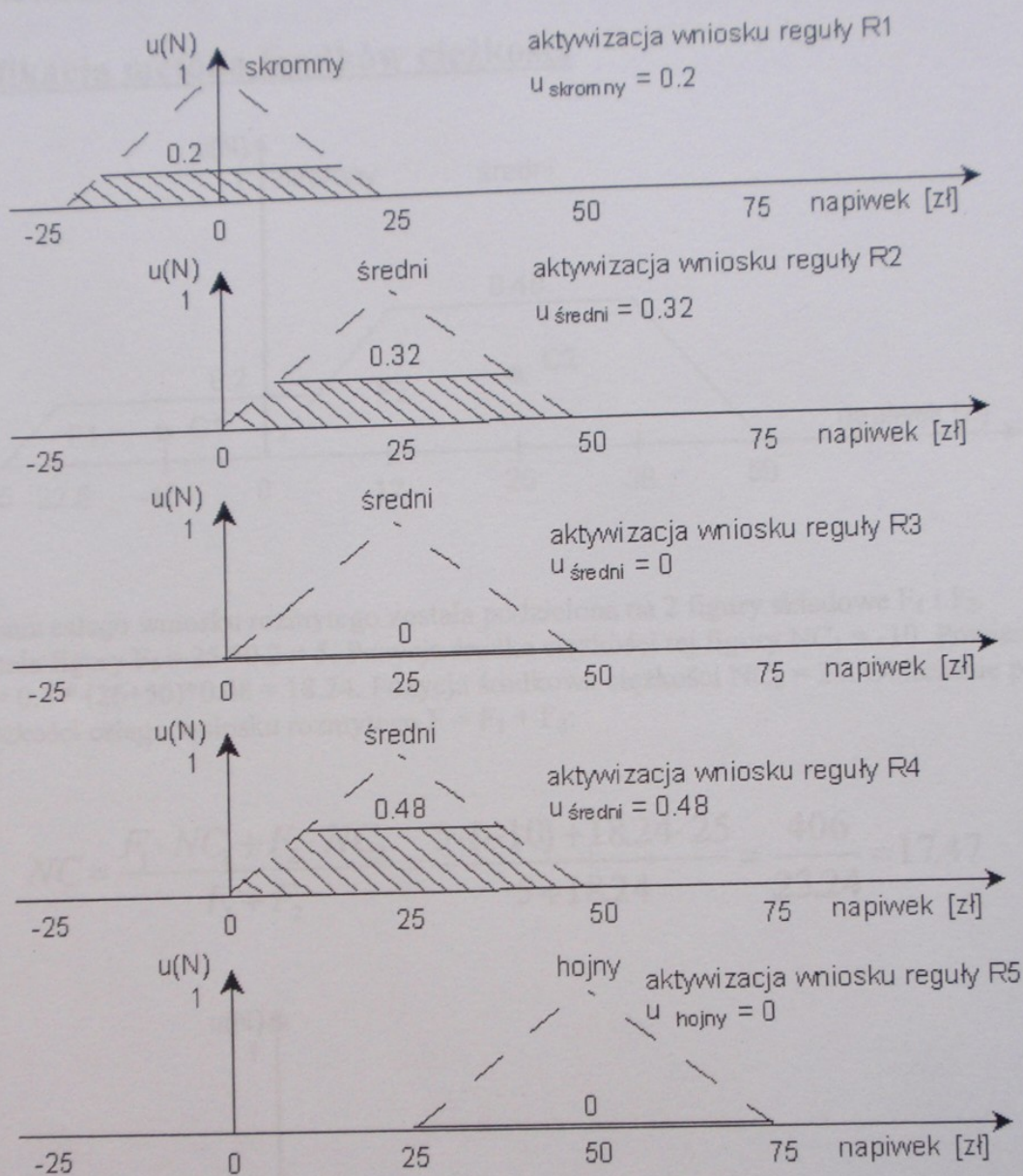
R4: JEŚLI (obsługa super) I (jedzenie znakomite) TO (napiwek hojny)



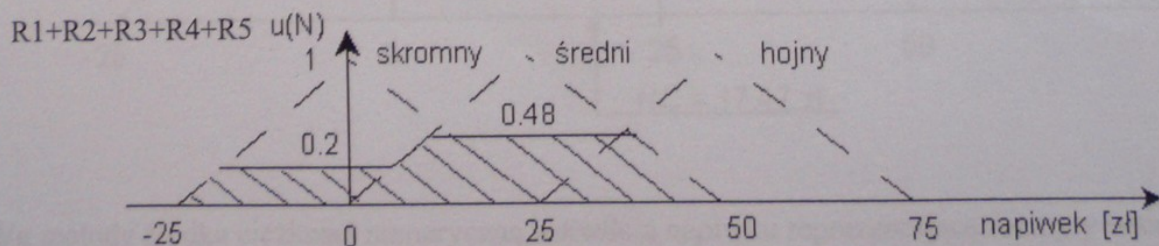
Rys. 9

Rozpatrywana sytuacja ($\text{Ob} = 4\text{pkt}$, $\text{J} = 8\text{pkt}$) w ogóle nie dotyczy przesłanki reguły R5 (nie jest w ogóle podobna do sytuacji opisywanej przez przesłankę tej reguły). Dlatego wniosek reguły R5 nie został w ogóle zaktywizowany i nie weźmie udziału w końcowym wnioskowaniu.

Agregacja wniosków wszystkich reguł dotyczących sytuacji obsługa 4pkt.
jedzenie 8pkt



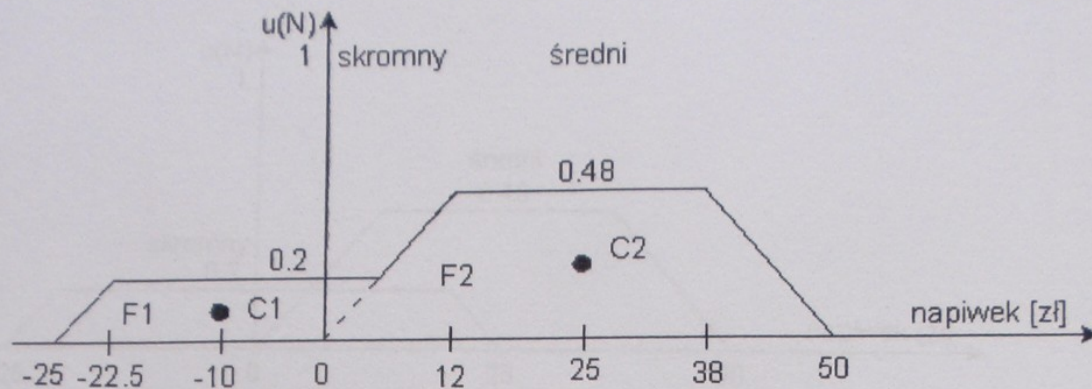
Łączny wniosek całej bazy reguł zagregowany z użyciem $\text{Max } u_i(N)$:



Defuzyfikacja – wyostanie rozmytego, zagregowanego wniosku całej bazy reguł odnośnie sytuacji obsługa 4pkt, jedzenie 8pkt

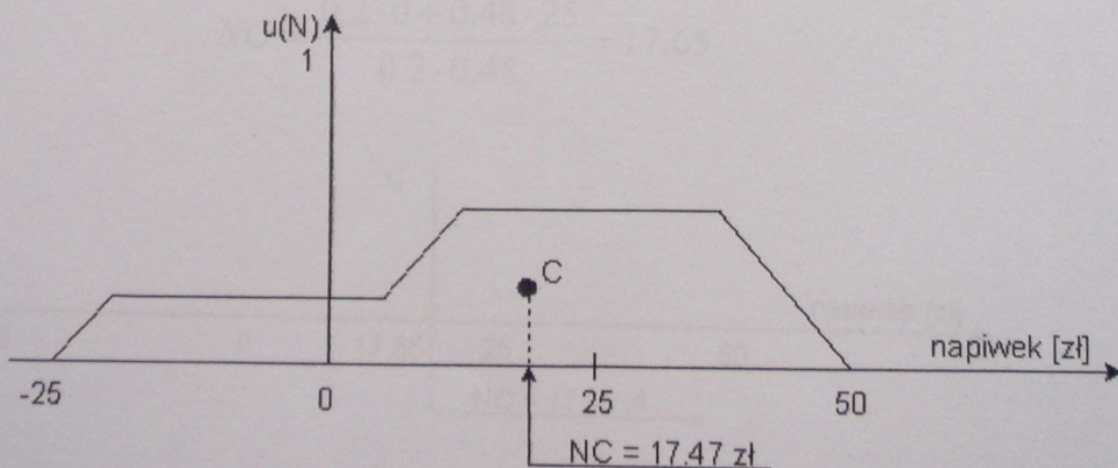
(Obliczenie numerycznej wartości napiwku reprezentującej wniosek rozmyty)

Defuzyfikacja metodą środków ciężkości



Powierzchnia całego wniosku rozmytego została podzielona na 2 figury składowe F_1 i F_2 . Powierzchnia figury $F_1 = 25 \cdot 0.2 = 5$. Pozycja środka ciężkości tej figury $NC_1 = -10$. Powierzchnia figury $F_2 = 0.5 \cdot (26+50) \cdot 0.48 = 18.24$. Pozycja środkowa ciężkości $NC_2 = 25$. Obliczenie pozycji środka ciężkości całego wniosku rozmytego $F = F_1 + F_2$:

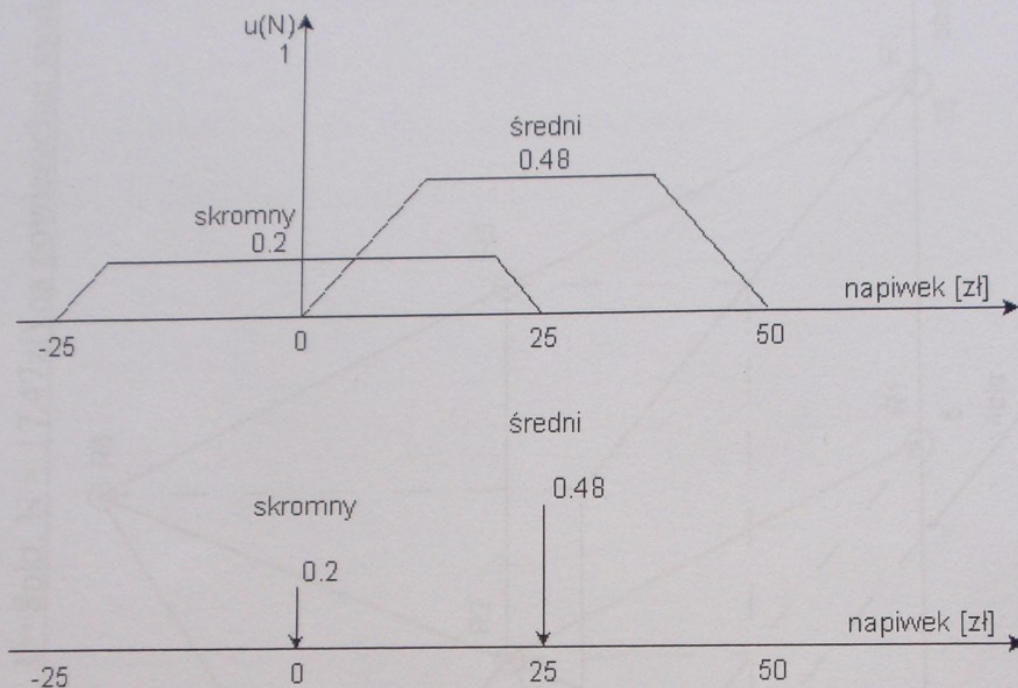
$$NC = \frac{F_1 \cdot NC_1 + F_2 \cdot NC_2}{F_1 + F_2} = \frac{5 \cdot (-10) + 18.24 \cdot 25}{5 + 18.24} = \frac{406}{23.24} = 17.47$$



Wg metody środka ciężkości numeryczną wartością napiwku reprezentującą rozmyty wniosek całej bazy reguł jest 17.47zł. Jest to należny napiwek odpowiadający obsłudze 4pkt i jedzeniu 8pkt.

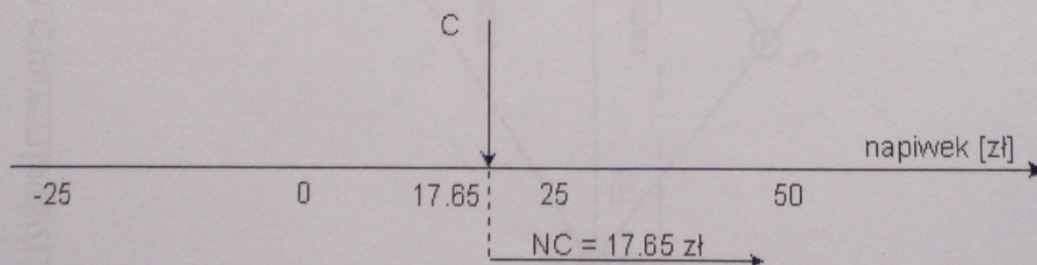
Defuzyfikacja – wyostrzenie rozmytego wniosku metodą singletonów

W rozmytym wniosku całej bazy reguł biorą udział 2 częściowo zaktywizowane wnioski: (skromny napiwek – aktywizacja 0.2, średni napiwek – aktywizacja 0.48). Obydwa te wnioski zastępujemy singletonami umieszczonymi w ich środkach ciężkości, zaktywizowanymi w stopniu 0.2 i 0.48.



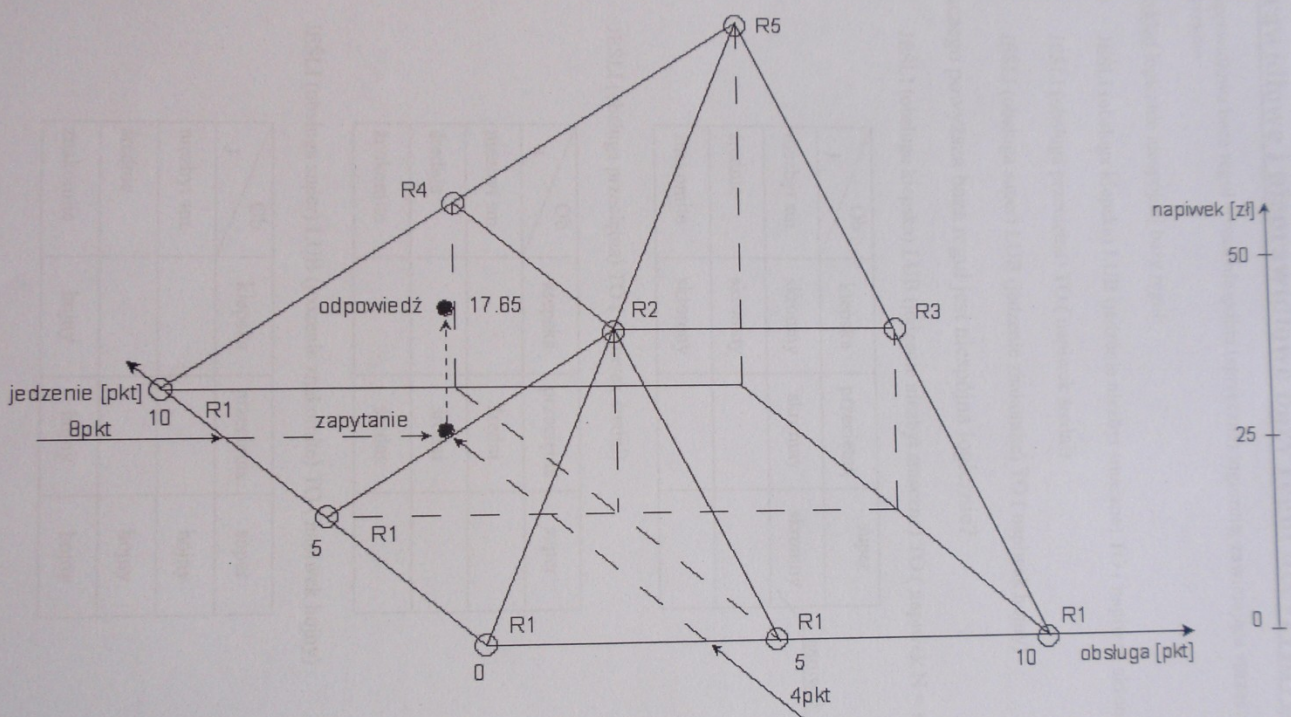
Obliczamy teraz pozycję środka ciężkości obydwóch singletonów:

$$NC = \frac{0.2 \cdot 0 + 0.48 \cdot 25}{0.2 \cdot 0.48} = 17.65$$



Realizując defuzyfikację metodą singletonów uzyskujemy wysokość należnego napiwku 17.65 zł: nieco inną niż metodą środka ciężkości (17.47 zł). Różnica jest jednak nieznaczna.

Lokalizacja rozpatrywanej sytuacji ($Ob = 4\text{pkt}$, $J = 8\text{pkt}$, $N = 17.47\text{zł}$) na powierzchni modelu rozmytego



Obliczenie wartości napiwku $N[\text{zł}]$ należnego za obsługę 4pkt oraz jedzenie 8pkt oznacza znalezienie wysokości punktu leżącego na powierzchni modelu, który leży nad punktem ($Ob = 4, J = 8$). Ponieważ punkt ($Ob = 4, J = 8$) leży w strefie wpływu reguł R1, R2, R4, tylko te reguły zaktywizowały się i wzięły udział w obliczaniu należnego napiwku. Jeżeli reguły określania napiwku zastałyby zmienione to zmieniłaby się powierzchnia modelu i wysokość obliczanego napiwku.