

Identyfikacja funkcji kryterialnej decydeniu (eksperta) dotyczącej globalnej oceny nowego samochodu na podstawie 3 atrybutów (przestrzeń wejsi 3D, $X_1 \times X_2 \times X_3$, 8 reguł)

- C - cena, $C \in [30, 150]$ typ. zt destymulanta
- S - średnie spalanie, $S \in [5, 15]$ l/100 km, destymulanta
- M - moc silnika, $M \in [30, 300]$ KM, stymulanta

Indywidualny ranking ważności atrybutów samochodu dla przykładowego decydenta (od atrybutu najbardziej do najmniej ważnego)

1. Cena (C) najistotniejsza
2. Spalanie (S)
3. Moc (M) najmniej istotna

Uwaga

Niektóre atrybuty mogą być dla niektórych decydentów jednakowo ważne, np

Istotność (spalanie) = istotność (moc)

Poznajemy to po tym, że decydent nie potrafi stwierdzić, który z pary atrybutów jest bardziej istotny (mimo dłuższego zastanawiania się).

Ważne

Aby decydent mógł prawidłowo ocenić istotność danego atrybutu, musi on być zapoznany z wiedzą dotyczącą tego atrybutu, np. musi wiedzieć jakiej kompii daje duża moc silnika samochodu oraz dla czego mata moc może być niekorzystna. Wiedza o każdym atrybucie jest konieczna do oceny istotności tego atrybutu

Zadanie

Abstrakcyjnie opracować regułowy model kryterialny o 8 regułach i sprawdzić jego dokładność na przykładzie porównania 2 konkretnych samochodów.

	Cena [typ. zł]	Moc [KM]	Spalanie [l/100km]
S_1	50	60	6.1
S_2	60	70	6.5

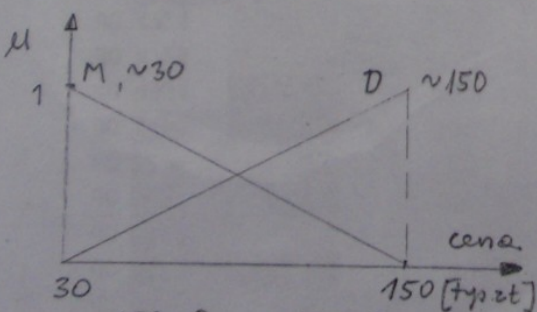
Uwaga

Decydent na podstawie cech obydwu samochodów mentalnie ocenił, że samochód S_1 jest dla niego bardziej atrakcyjny

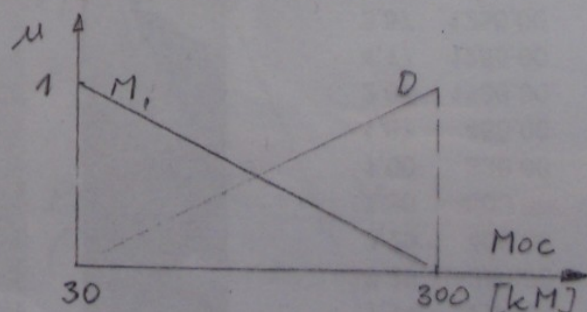
$$Atr_{S_1} > Atr_{S_2}$$

Jeżeli opracowane kryterium regułowe będzie dokładne to porównanie na jego podstawie obydwu samochodów powinno dać taki sam wynik.

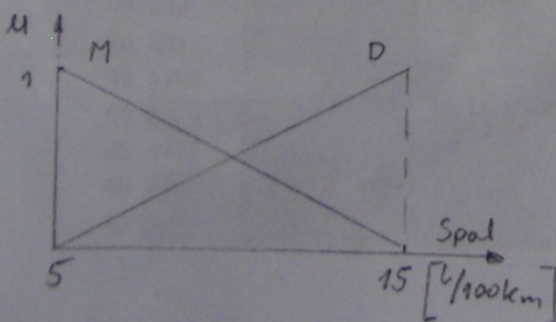
Jest to metoda umożliwiająca weryfikację dokładności każdego modelu kryterialnego.

Definiowanie wartości lingwistycznych

$$\mu_M = \frac{150 - C}{150 - 30} = \frac{150 - C}{120} \quad \mu_D = \frac{C - 30}{120}$$



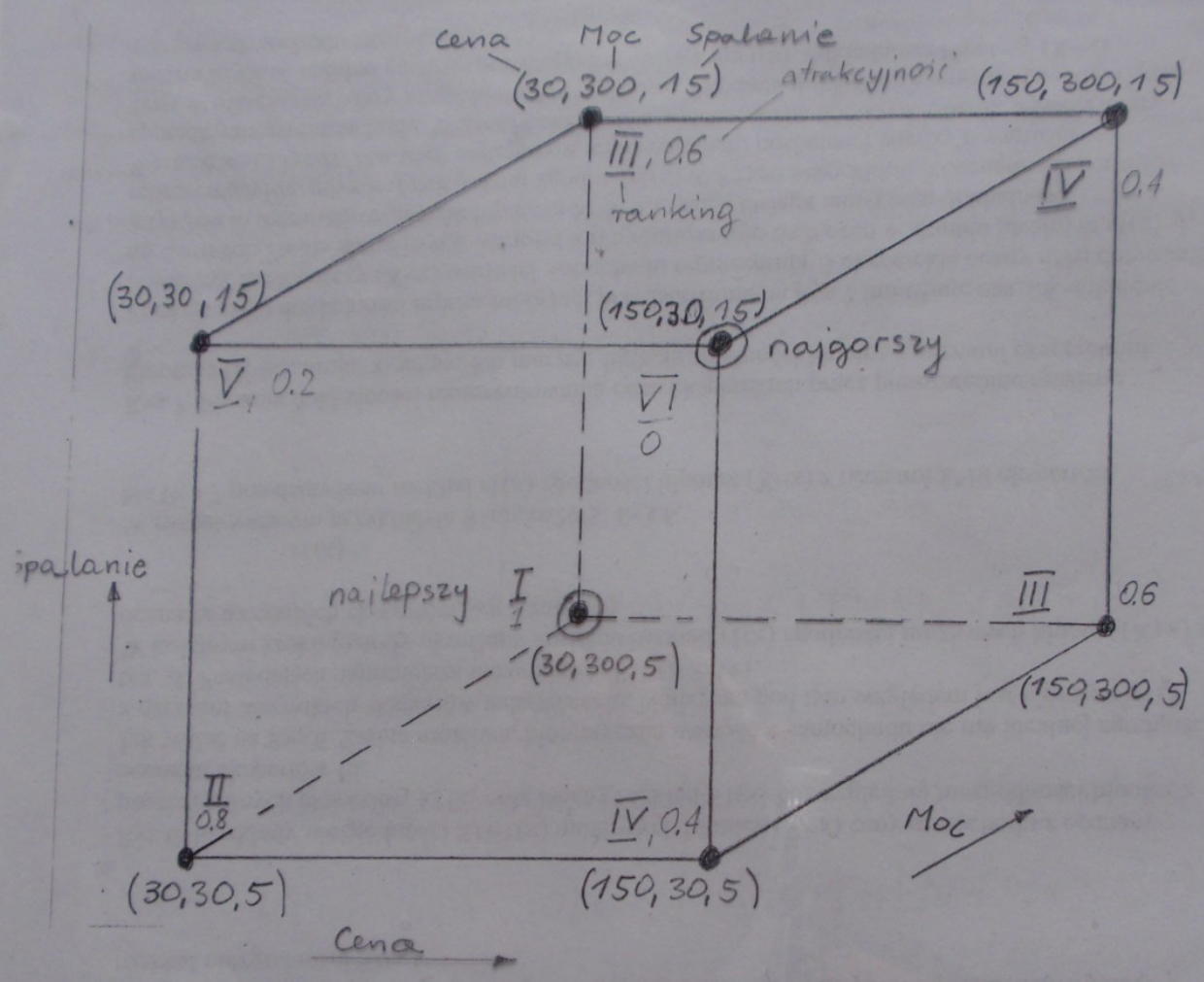
$$\mu_M = \frac{300 - M}{270} \quad \mu_D = \frac{M - 30}{270}$$



$$\mu_M = \frac{15 - S}{10}$$

$$\mu_D = \frac{S - 5}{10}$$

Wizualizacja problemu w przestrzeni atrybutów i dokonanie rankingu charakterystycznych samochodów (rankingu modalnych wartości reguł)



Określenie wartości konkluzji poszczególnych reguł
Metoda jednakowych różnic Δ (Indifference Principle, Laplace, 1814)

Istnieje 6 reguł i 6 konkluzji dotyczących atrakcyjności samochodów Atr

$$Atr \in [0, 1]$$

Najlepszy samochód - $A_{tr} = 1$

Najgorszy " " - $A_{tr} = 0$

Jeżeli potrafimy wydobyc z decydenta linbową atrakcyjność pozostałych samochodów to przyjmujemy tę atrakcyjność każdemu z charakterystycznych samochodów.

Jeżeli mamy z tym trudności, stosujemy metodę jednako-
wych różnic Δ . W przypadku 6 miejsc rankingowych
pomiędzy najlepszym i najgorszym samochodem istnieje
różnica 1 równająca się 5Δ (r_i - miejsce w rankingu)

1 ← 0,8 0,6 0,4 0,2 → 0

$r_1 \xrightarrow{\Delta} r_2 \xrightarrow{\Delta} r_3 \xrightarrow{\Delta} r_4 \xrightarrow{\Delta} r_5 \xrightarrow{\Delta} r_6$

$$5\Delta = 1$$

$$\Delta = 0,2$$

Stąd uzyskujemy następujące reguły (z konkluzjami)

R1) IF (C ~ 30) AND (M ~ 30) AND (S ~ 5) THEN ($A_{tr} \sim 0,8$) \bar{I}

R2) IF (C ~ 30) AND (M ~ 300) AND (S ~ 5) THEN ($A_{tr} \sim 1,0$) I

R3) IF (C ~ 150) AND (M ~ 300) AND (S ~ 5) THEN ($A_{tr} \sim 0,6$) \bar{III}

R4) IF (C ~ 150) AND (M ~ 30) AND (S ~ 5) THEN ($A_{tr} \sim 0,4$) \bar{IV}

R5) IF (C ~ 30) AND (M ~ 30) AND (S ~ 15) THEN ($A_{tr} \sim 0,2$) \bar{V}

R6) IF (C ~ 30) AND (M ~ 300) AND (S ~ 15) THEN ($A_{tr} \sim 0,6$) \bar{III}

R7) IF (C ~ 150) AND (M ~ 300) AND (S ~ 15) THEN ($A_{tr} \sim 0,4$) \bar{IV}

R8) IF (C ~ 150) AND (M ~ 30) AND (S ~ 15) THEN ($A_{tr} \sim 0,0$) \bar{VI}

waga: Nie należy mylić numeru reguły R_i z miejscem rankingowym r_i .

Obliczenie bezwzględnej atrakcyjności samochodu S1
 $C = 50$ [typ.zł] $M = 60$ [KM] $S = 6.1$ [L/100km]

Przebieg obliczeń:

1. Obliczyć stopnie przynależności Mi atrybutów samochodu do poszczególnych koncepcji lingwistycznych

$$\text{Cena: } \mu_{n30}(50) = \frac{150-C}{120} = \frac{150-50}{120} = \frac{5}{6} \quad \mu_{n150} = 1 - \mu_{n30} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Moc: } \mu_{n50}(60) = \frac{300-60}{270} = \frac{240}{270} = \frac{8}{9} \quad \mu_{n300} = 1 - \mu_{n50} = \frac{1}{9}$$

$$\text{Spalanie: } \mu_{n5}(6.1) = \frac{15-6.1}{10} = \frac{8.9}{10} = 0.89 \quad \mu_{n15} = 1 - \mu_{n5} = 0.11$$

2. Obliczenie stopnia prawdziwości prestantek poszczególnych reguł dla samochodu S1 (operacja A/D - operator PROD)

Prawda reguły S1

$$R1) \text{ IF } (C \sim 30) \text{ AND } (M \sim 30) \text{ AND } (S \sim 5) \text{ THEN } (Atr \sim 0.8)$$

$$\text{TRUTH } R1 = \mu_{n30}(50) \cdot \mu_{n30}(60) \cdot \mu_{n5}(6.1) = \frac{5}{6} \cdot \frac{8}{9} \cdot 0.89 = 0.6593$$

Prawdziwości prestantek poszczególnych reguł:

$$TR1 = \frac{5}{6} \cdot \frac{8}{9} \cdot 0.89 = 0.6593$$

$$TR2 = \frac{5}{6} \cdot \frac{8}{9} \cdot 0.11 = 0.0815$$

$$TR3 = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{9} \cdot 0.89 = 0.0824$$

$$TR4 = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{9} \cdot 0.11 = 0.0402$$

$$TR5 = \frac{1}{6} \cdot \frac{8}{9} \cdot 0.89 = 0.1319$$

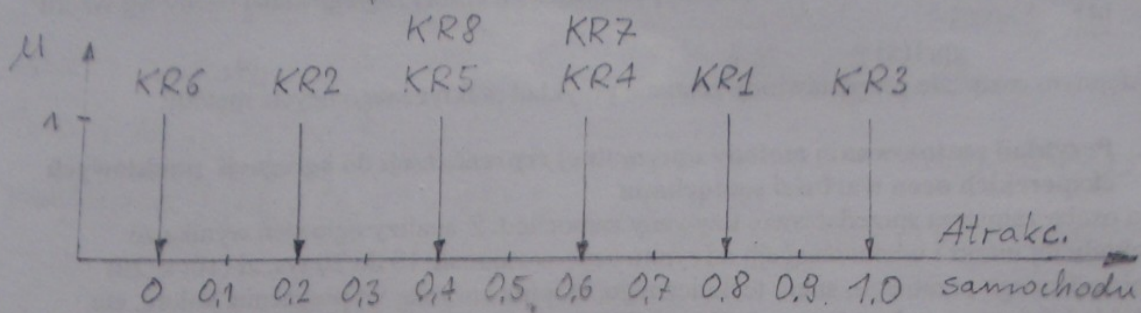
$$TR6 = \frac{1}{6} \cdot \frac{8}{9} \cdot 0.11 = 0.0163$$

$$TR7 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{9} \cdot 0.89 = 0.0165$$

$$TR8 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{9} \cdot 0.11 = 0.0020$$

$$\sum_{i=1}^8 TR_i = 1.0001 \cong 1$$

3. Obliczenie zaktywizowanych konkluzji poszczególnych reguł (inferencja - operator PROD., funkcje przynależ. konkluzji singletony).



Przykład obliczenia aktywizacji konkluzji reguły R1

$$AKR1 = TR1 \cdot KR1 = 0.6593 \cdot 0.8 = 0.52744$$

Obliczenia zaktywizowanych konkluzji poszczeg. reguł

$$AKR1 = 0.6593 \cdot 0.8 = 0.5274$$

$$AKR2 = 0.0815 \cdot 0.2 = 0.0163$$

$$AKR3 = 0.0824 \cdot 1 = 0.0824$$

$$AKR4 = 0.0102 \cdot 0.6 = 0.00612$$

$$AKR5 = 0.1319 \cdot 0.4 = 0.05276$$

$$AKR6 = 0.0163 \cdot 0 = 0$$

$$AKR7 = 0.0165 \cdot 0.6 = 0.0099$$

$$AKR8 = 0.0020 \cdot 0.4 = 0.0008$$

$$\sum_{i=1}^8 AKR_i = 0.7508$$

Defuzyfikacja - wyostżanie - obliczenie atrakc. S1

$$Atr_{S1} = \frac{\sum_{i=1}^8 AKR_i}{\sum_{i=1}^8 TR_i} = \frac{0.7508}{1.0001} \cong 0.7508$$

(7)

Obliczenie atrakcyjności samochodu S₂

$$C = 60 [\text{tys. zł}] \quad M = 70 [\text{KM}] \quad S = 6.5 [\text{l/100km}]$$

1. Obliczenie stopni przynależności atrybutów samochodu

$$\text{Cena: } \mu_{n30}(60) = \frac{150 - C}{120} = \frac{150 - 60}{120} = \frac{3}{4} \quad \mu_{n150} = 1 - \mu_{n30} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Moc: } \mu_{n30}(70) = \frac{300 - M}{270} = \frac{300 - 70}{270} = \frac{23}{27} \quad \mu_{n300} = 1 - \mu_{n30} = \frac{4}{27}$$

$$\text{Spalanie: } \mu_{n5}(6.5) = \frac{15 - S}{10} = \frac{15 - 6.5}{10} = \frac{8.5}{10} = 0.85 \quad \mu_{n15} = 0.15$$

2. Obliczenie stopnia prawdziwości przesłanek reguł

$$TR1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{23}{27} \cdot 0.85 = 0.54306$$

$$TR2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{23}{27} \cdot 0.15 = 0.09583$$

$$TR3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{27} \cdot 0.85 = 0.09444$$

$$TR4 = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{27} \cdot 0.15 = 0.01389$$

$$TR5 = \frac{1}{4} \cdot \frac{23}{27} \cdot 0.85 = 0.18102$$

$$TR6 = \frac{1}{4} \cdot \frac{23}{27} \cdot 0.15 = 0.03194$$

$$TR7 = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{27} \cdot 0.85 = 0.03148$$

$$TR8 = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{27} \cdot 0.15 = 0.00556$$

$$\sum_{i=1}^8 TR_i = 0.99722 \approx 1$$

(8)

3. Obliczenie zaktualizowanych konkluzji reguł

$$AK_{Ri} = TR_i \cdot KR_i$$

$$AK_{R1} = 0.54306 \cdot 0.8 = 0.43444$$

$$AK_{R2} = 0.09583 \cdot 0.2 = 0.01917$$

$$AK_{R3} = 0.09444 \cdot 1 = 0.09444$$

$$AK_{R4} = 0.01389 \cdot 0.6 = 0.00833$$

$$AK_{R5} = 0.18102 \cdot 0.4 = 0.07241$$

$$AK_{R6} = 0.03194 \cdot 0 = 0$$

$$AK_{R7} = 0.03143 \cdot 0.6 = 0.01889$$

$$AK_{R8} = 0.00556 \cdot 0.4 = 0.00222$$

$$\sum_{i=1}^8 AK_{Ri} = 0.6499$$

4. Obliczenie atrakcyjności samochodu S₂

$$Atr_{S2} = \frac{\sum_{i=1}^8 AK_{Ri}}{\sum_{i=1}^8 TR_i} = \frac{0.6499}{0.9972} = 0.6517$$

Porównanie atrakcyjności sam. S₁ i S₂ wynikającej z modelu kryterialnego

$$Atr_{S1} = 0.7508$$

$$Atr_{S2} = 0.6517$$

$$Atr_{S1} > Atr_{S2}$$

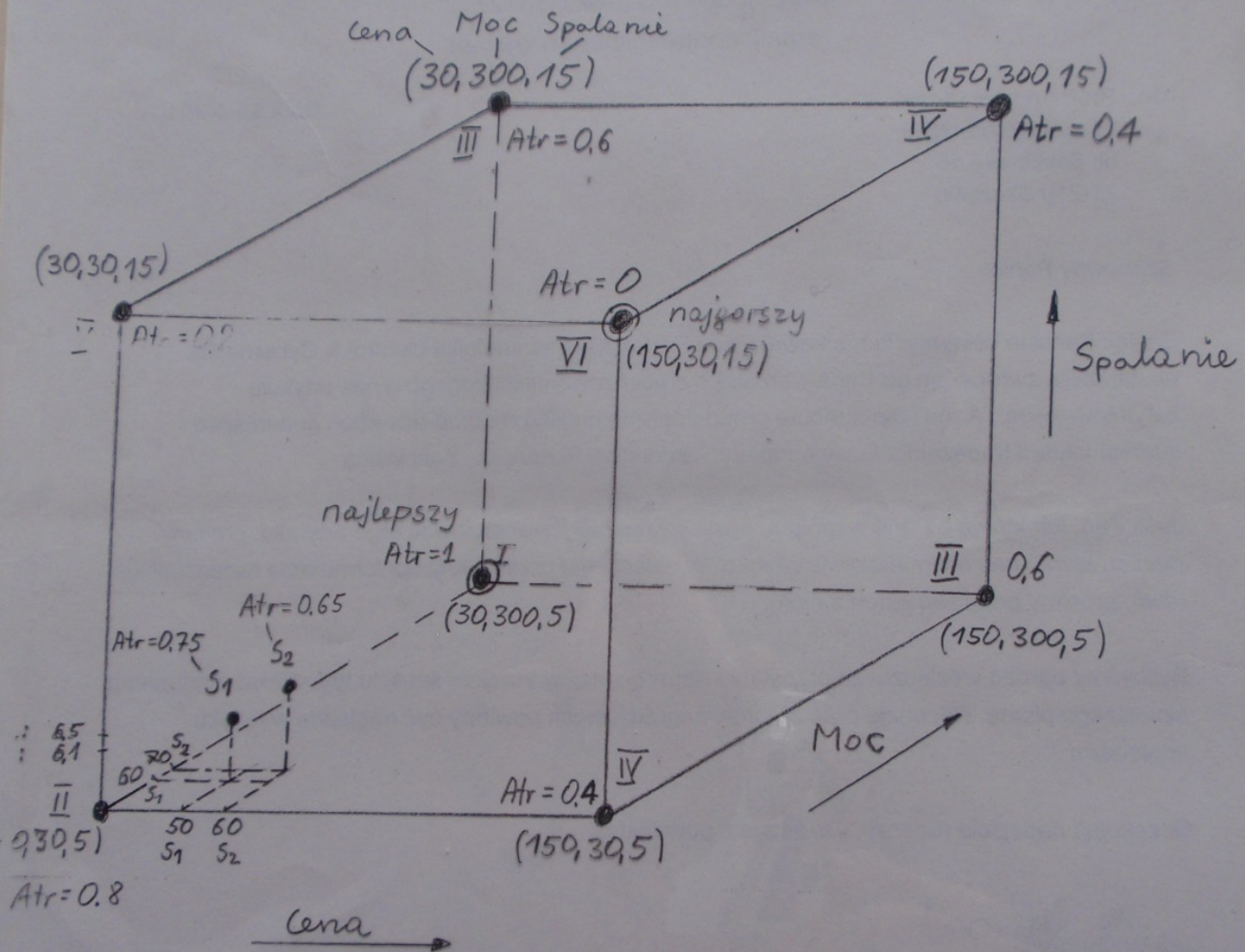
Wynik porównania S₁ i S₂ dokonanego mentalnie przez eksperta

$$Atr_{S1} > Atr_{S2}$$

Wizualizacja problemu kryterialnego

$S_1: C = 50 [\text{typ.zt}] \quad M = 60 [\text{KM}] \quad S = 6.1 [\text{l}/100\text{km}]$

$S_2: C = 60 [\text{typ.zt}] \quad M = 70 [\text{KM}] \quad S = 6.5 [\text{l}/100\text{km}]$



Uwaga: aby dokonać rankingu charakterystycznych obiektów niekoniecznie trzeba stosować wizualizację. Można użyć zwykłej tabeli

C [typ.zt]	M [KM]	Sp [l/100km]	Ranking	C [typ.zt]	M [KM]	Sp [l/100km]	Ranking
30	30	5	?	30	30	15	?
30	30	5		30	30	15	
150	300	5		150	300	15	
150	300	5		150	300	15	