

3 Równania

1. Znajdź współrzędne punktów przecięcia się wykresu funkcji:

$$f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 18x + 9$$

z osią odciętych i osią rzędną układu współrzędnych. Narysuj wykres funkcji i zaznacz te punkty.

2. Rozwiąż równania:

a) $\sqrt{x^2 + x + 1} = -x$

b) $\sqrt{x} - \sqrt{x + \sqrt{x + 1}} = -0.5$

c) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{6}{x+2} = \frac{x^2}{x^2-4}$

d) $\ln(x) + \log(x) = \pi$

3. Wyznacz kąt α należący do przedziału $\alpha \in [0, \pi/2]$ i będący rozwiązaniem równania

$$\sin(2\alpha) = \cos(\alpha)$$

Podaj wartość kąta α w stopniach.

4. Znajdź punkt przecięcia dwóch prostych:

$$y = 3x - 1$$

$$y = -x + 5$$

Sporządź wykresy linii.

5. Rozwiąż dwoma metodami układ równań (za pomocą funkcji `find` i macierzowo):

$$2x + 3y = 4$$

$$x - 5y = -14$$

6. Rozwiąż dwoma metodami układ równań (za pomocą funkcji `find` i macierzowo):

$$2a - 3b + 5c = 11$$

$$a + 4b - 7c = -12$$

$$3a + 2b + 8c = 31$$

7. Dla paraboli i prostej:

$$y = -x^2 + 5$$

$$y = x$$

wyznacz punkt przecięcia leżący w III ćwiartce układu współrzędnych. Sporządź wykresy linii.

8. Znajdź punkt przecięcia okręgu i prostej:

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$y = 2x + 1$$

leżący w I ćwiartce układu współrzędnych. Sporządź wykresy linii.

9. Znajdź punkty przecięcia paraboli i prostej:

$$y^2 - 2y + x = 0$$

$$x = -1$$

10. Znajdź rozwiązania układów równań:

$$\text{a) } \begin{cases} \sqrt[3]{x} + 2x = 3 \\ x^2 - y^3 \cdot x = -26 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{2}{y+1} = \frac{1}{x} \\ \frac{2}{x+y} = \frac{1}{y} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + 2\sqrt{xy} = 5 \\ \sqrt{y} - \sqrt{x} = 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[5]{y^3} = 35 \\ \sqrt[4]{x} + \sqrt[5]{y} = 5 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ (x+2)^2 - (y+2)^2 = 3 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = 1875 \\ x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 = 625 \end{cases}$$

11. Rozwiąż układy równań:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{5}{x} - \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = -\frac{9}{4} \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{12} \\ \frac{1}{x} + \frac{4}{y} - \frac{2}{z} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 31 \\ y + z + t = 39 \\ z + t + x = 35 \\ x + y + t = 33 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} xz = 4 \\ 7y - zy = 9 \\ xu = 2 \\ (8 - u) \cdot y = 18 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} xy = 10 \\ yz = 20 \\ zt = 30 \\ x + y + z + t = 20 \end{cases}$$

12. (*) Wykreśl wykresy elipsy o równaniu: $5x^2 + 6xy + 5y^2 = 4$ dla x z zakresu od $-\sqrt{5}/2$ do $\sqrt{5}/2$ i prostej o równaniu $x = 1$ dla $y \in [-2, 2]$. Znajdź współrzędne punktów przecięcia prostej z elipsą. (Aby zrobić wykres można symbolicznie rozwiązać równanie elipsy względem y .)