

Katedra Sztucznej Inteligencji i Matematyki Stosowanej  
WI ZUT Szczecin

# Sztuczna inteligencja i maszynowe uczenie w systemach interaktywnych

Joanna Kolodziejczyk  
jkolodziejczyk@zut.edu.pl

November 2, 2020



Systemy wnioskowania z danymi niepewnymi

Logika rozmyta

Rozmyte systemy wnioskowania



Systemy z wiedzą składają się z dwóch części:

1. Baza wiedzy (KB): zbioru zdań w języku formalnym lub inaczej w języku reprezentacji wiedzy. Ta część systemu jest zależna od dziedziny zastosowania.
2. Moduł wnioskujący: metody i algorytmy niezależne od dziedziny zastosowania lecz dopasowane do formalnej reprezentacji wiedzy.

Do form reprezentacji wiedzy w systemie można zaliczyć:

- ▶ postać regułowa (IF - THEN)
- ▶ drzewa decyzyjne
- ▶ tablice decyzyjne
- ▶ sieci semantyczne.



## Logika

Jest to nauka o formalnych zasadach rozumowania (wnioskowania). Wnioskowanie jest natomiast metodą, dzięki której powstają wnioski (decyzje) wynikające z zadanych wejść.

Logiki, które można wykorzystywać to tworzenia systemów wspomagających podejmowanie decyzji:

- ▶ dwuwartościowa, klasyczna gdzie zdarzenia, fakty mogą przyjmować alternatywnie jedną z dwóch wartości: „prawda” albo „fałsz”.
- ▶ wielowartościowa, logiki w których istnieje więcej niż dwie wartości, w tym logika rozmyta.

Logiki wielowartościowe stosuje się, gdyż logika klasyczna nie jest w stanie wyrażać stwierdzeń nieprecyzyjnych i niepewnych, które są postawą rozumowania człowieka.

# Niepewność w systemach (reasoning under uncertainty)



Niepewność spotykamy w życiu codziennym. W codziennym użyciu są takie określenia jak: prawdopodobnie, mniej więcej, itp.

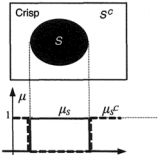
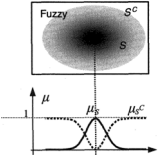
Klasyfikacja niepewności w systemach:

- ▶ niepewność wynikająca z wnioskowania: abductive reasoning.
- ▶ niepewność danych: brakujące, niekompletne lub niepoprawne informacje.

Typy niepewności oraz teorie stosowane do rozwiązywania problemów prezentowanych w danym typie niepewności:

- ▶ losowość (randomness): teoria prawdopodobieństwa
- ▶ nieprecyzyjność (vagueness): teoria zbiorów rozmytych



Logika klasyczna	Logika rozmyta <sup>1</sup>
	
<p>Zbiory ostre (przykłady):</p> $S_1 = \{wilk, owca, pies\}$ $S_2 = \{x \in N   x < 15\}$	<p>Zbiór rozmyty (przykład):</p> $S = \{(x, \mu_S(x))   \mu_S(x) = (1 + (x - 12)^2)^{-1}\}$
<p>funkcja charakterystyczna</p> $\mu_S(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in S; \\ 0 & \text{if } x \notin S. \end{cases}$	<p>funkcja przynależności</p> $\mu_S : X \rightarrow [0, 1]$

<sup>1</sup> Rysunki z V. Kecman „Learning and Soft Computing ...”



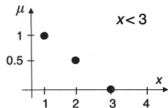
## Zbiór rozmyty

Zbiór rozmyty  $A$  w przestrzeni  $X$  jest to zbiór par takich, że

$$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in X\}; \mu_A : X \rightarrow [0, 1],$$

gdzie  $\mu_A$  to funkcja przynależności określająca dla każdego  $x \in X$  wartość przynależności tego elementu  $\mu_A(x) \in [0, 1]$  do zbioru rozmytego  $A$  i  $A \subseteq X$ .

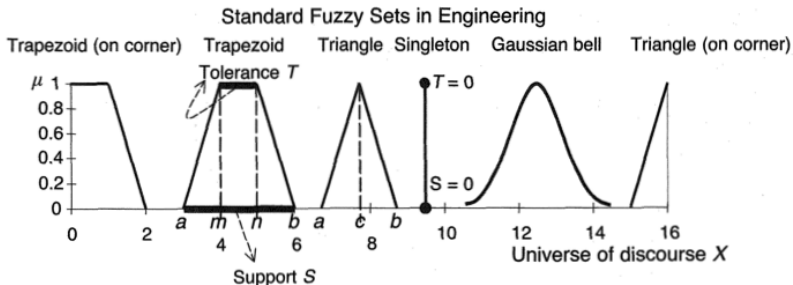
Inna notacja zbioru rozmytego:  $S = \{(1/1), (0.5/2), (0/3)\}$



# Typy funkcji przynależności/rodzaje zbiorów rozmytych



Funkcje przynależności mogą mieć różne kształty. Wybór kształtu dla pewnego zbioru rozmytego (atrybutu/wartości lingwistycznej) jest subiektywne i zależy od problemu. <sup>2</sup>



<sup>2</sup>Rysunek z V. Kecman „Learning and Soft Computing ...”





## Funkcja trójkątna<sup>3</sup>

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < a; \\ \frac{x-a}{c-a} & \text{if } x \in [a, c]; \\ \frac{b-x}{b-c} & \text{if } x \in [c, b]; \\ 0 & \text{if } x > b; \end{cases}$$

## Trapezoidalna

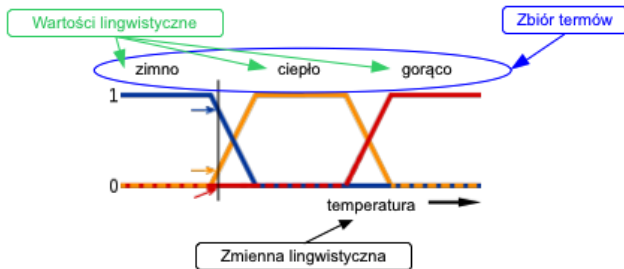
$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < a; \\ \frac{x-a}{m-a} & \text{if } x \in [a, m]; \\ 1 & \text{if } x \in [m, n]; \\ \frac{b-x}{b-n} & \text{if } x \in [n, b]; \\ 0 & \text{if } x > b. \end{cases}$$

<sup>3</sup>Oznaczenia: rysunek z poprzedniego slajdu

# Zmienna lingwistyczna



W przykładzie istnieją trzy zbiory rozmyte: zimno, ciepło, gorąco. Każdy ze zbiorów ma niezależną funkcję przynależności określającą stopień prawdy (oś  $y$ ) z jakim dana wartość ostra temperatury przynależy do danego zbioru.





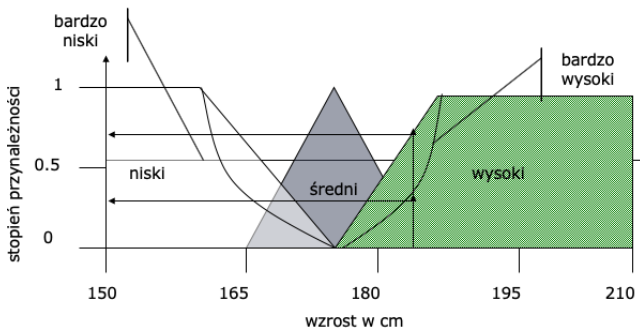
Przykład zbioru wartości lingwistycznych dla zmiennej **prędkość**:  
{wolno, średnio, szybko}

Operacje na wartościach lingwistycznych można podzielić na grupy:

- ▶ uniwersalne: bardzo, całkiem, ekstremalnie;
- ▶ dla wartości TRUE, FALSE: prawie prawdziwe, w większości fałszywe;
- ▶ prawdopodobieństwo: prawdopodobnie, niezbyt prawdopodobnie;
- ▶ typu: większość, kilka, niewiele;
- ▶ możliwości: prawie niemożliwe, całkiem możliwe.

Ich zadanie to koncentracja lub rozszerzanie wartości funkcji przynależności (np. mniej więcej wysoki mężczyzna ma szersze znaczenie niż wysoki mężczyzna).

Osoba o wzroście 184cm przynależy do zbioru wysoki w stopniu 0.6, natomiast do zbioru bardzo wysoki w stopniu 0.36.





operacja	wyrażenie matematyczne	reprezentacja graficzna
mało	$[\mu_A(x)]^{1.3}$	
Przykład niewiele	$[\mu_A(x)]^{1.7}$	
bardzo	$[\mu_A(x)]^2$	
nadzwyczaj	$[\mu_A(x)]^3$	
bardzo bardzo	$[\mu_A(x)]^4$	
mniej więcej	$\sqrt{\mu_A(x)}$	
trochę	$\sqrt{\mu_A(x)}$	
istotnie	$2[\mu_A(x)]^2 \quad \text{if } 0 \leq \mu_A \leq 0.5$ $1 - 2[1 - \mu_A(x)]^2 \quad \text{if } 0.5 \leq \mu_A \leq 1$	



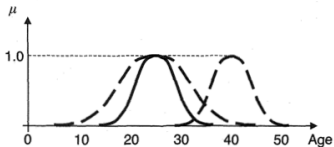
Tomek należy do zbioru mężczyzn wysoki w stopniu 0,86. W tabeli zaprezentowano odpowiednie wartości przynależności do zawężonych lub rozszerzonych zbiorów.

operacja	Przykład
mało	0,82
niewiele	0,77
bardzo	0,74
nadzwyczaj	0,64
bardzo bardzo	0,55
mniej więcej	0,93
trochę	0,93
istotnie	0,96



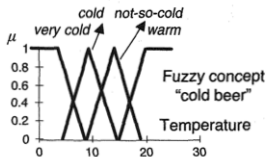
## Młody człowiek

Określenie nieprecyzyjne i subiektywne. Model rozmyty zależy od jego autora. Rys. trzy różne modele od różnych ekspertów.



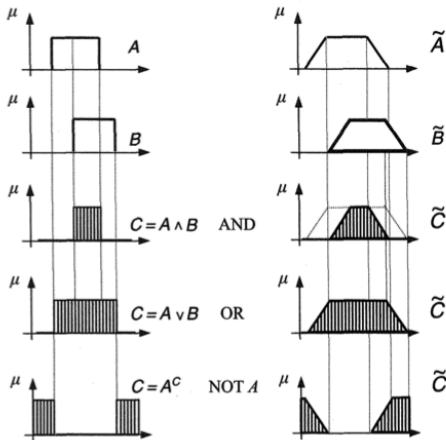
## Zimne piwo

Określenie „Poproszę zimne piwo” będzie różnie interpretowane w różnych regionach. Koncept jest nieprecyzyjny i bardzo subiektywny.<sup>4</sup>



<sup>4</sup> Rysunki z V. Kecman „Learning and Soft Computing ...”

# Operacje przecięcia i sumy zbiorów (klasy- czny/rozmyty)



5





Przedstawione operatory (z poprzedniego slajdu) nie są jedynymi, za to najczęściej stosowanymi w naukach inżynierskich operatorami przecięcia (MIN) i sumy (MAX).

Istnieją różne definicje na operacje na zbiorach rozmytych. W logice rozmytej przecięcie zbiorów jest nazywane T-normą, a unia T-konormą lub S-normą.



AND T-Norm $T(\mu_A(x), \mu_B(x))$	OR S-Norm $S(\mu_A(x), \mu_B(x))$
Minimum $\text{MIN}(\mu_A(x), \mu_B(x))$	Maximum $\text{MAX}(\mu_A(x), \mu_B(x))$
Algebraic product $\mu_A(x)\mu_B(x)$	Algebraic sum $\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x)$
Drastic product $\text{MIN}(\mu_A(x), \mu_B(x))$ if $\text{MAX}(\mu_A(x), \mu_B(x)) = 1$ 0 otherwise	Drastic sum $\text{MAX}(\mu_A(x), \mu_B(x))$ if $\text{MIN}(\mu_A(x), \mu_B(x)) = 0$ 1 otherwise
Lukasiewicz AND (Bounded Difference) $\text{MAX}(0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1)$	Lukasiewicz OR (Bounded Sum) $\text{MIN}(1, \mu_A(x) + \mu_B(x))$
Einstein product $\mu_A(x)\mu_B(x)/(2 - (\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x)))$	Einstein sum $(\mu_A(x) + \mu_B(x))/(1 + \mu_A(x)\mu_B(x))$
Hamacher product $\mu_A(x)\mu_B(x)/(\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x))$	Hamacher sum $(\mu_A(x) + \mu_B(x) - 2\mu_A(x)\mu_B(x))/(1 - \mu_A(x)\mu_B(x))$
Yager operator $1 - \text{MIN}(1, ((1 - \mu_A(x))^b + (1 - \mu_B(x))^b)^{1/b})$	Yager operator $\text{MIN}(1, (\mu_A(x)^b + \mu_B(x)^b)^{1/b})$



## Definicja

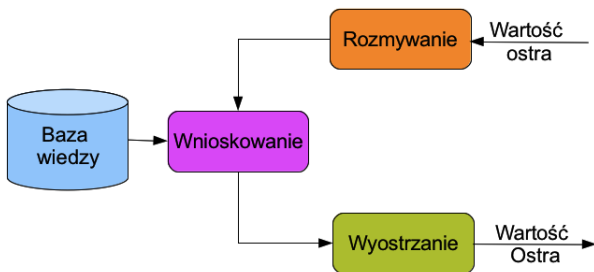
System wnioskowania rozmytego (FIS), to sposób odwzorowania przestrzeni wejściowej w przestrzeń wyjścia z zastosowaniem logiki rozmytej. FIS stara się sformalizować proces rozumowania ludzkiego z wykorzystaniem języka naturalnego za pomocą logiki rozmytej (czyli poprzez budowę rozmytych reguł IF-THEN).

FIS są wykorzystywane do rozwiązywania problemów decyzyjnych, tzn. podejmują decyzję, by zadziałać odpowiednio do niej.



System wnioskowania rozmytego składa się z czterech modułów:

1. Moduł rozmywania (fuzzification): przekształca wejścia systemu, którymi są ostre wartości (liczbowe) do rozmytych. Odbywa się to poprzez zastosowanie funkcji przynależności.
2. Baza wiedzy: przechowuje zbiór reguł IF-THEN dostarczonych przez ekspertów, czyli sformalizowaną wiedzę na temat rozwiązywanego problemu.
3. Mechanizm wnioskowania: symuluje ludzkie rozumowanie poprzez proces wnioskowania rozmytego na wejściach zgodnie z logiką zapisaną w regułach IF-THEN.
4. Moduł wyostrzania (defuzzification): przekształca zbiór rozmyty powstały w wyniku wnioskowania na wartości ostre.



W rzadkich przypadkach do systemu może zostać na wejściu przekazana wartość rozmyta, wówczas blok rozmywania jest pomijany.

Jeżeli po procesie wnioskowania otrzymamy zbiór rozmyty z decyzją a system ekspertowy generuje decyzje lingwistyczne, to blok wyostrzenia jest pomijany.



- ▶ Logika rozmyta nie rozwiązuje nowych problemów. Korzysta z nowych metod do rozwiązywania codziennych problemów.
- ▶ Pojęcia matematyczne zastosowane w rozumowania rozmytym są bardzo proste.
- ▶ Logika rozmyta jest elastyczna: łatwo modyfikować FIS tylko przez dodawanie lub usuwanie reguł. Nie ma potrzeby tworzenia nowego FIS od podstaw dla nowego problemu.
- ▶ Logika rozmyta pozwala pracować z nieprecyzyjnymi danymi (nie rozwiązuje problemu wnioskowania z niepewnością) radzi sobie z elementami zbiorów rozmytych, tj. wartościami przynależności. Na przykład, logika rozmyta działa dla zdań „On jest wysoki w stopniu 0.8” zamiast „On ma 180cm wzrostu”.
- ▶ Logika rozmyta jest zbudowana na wiedzy ekspertów: opiera się ona na know-how tych, którzy rozumieją jak dany system ma działać.
- ▶ Logika rozmyta może być mieszana z innymi metodami wnioskowania.



## Motywacja

Logika rozmyta jest oparta na języku naturalnym. Jest to zakodowana postać zdrowego rozsądku. Tak więc, nie powinniśmy jej używać, gdy nasz zdrowy rozsądek mówi nam, aby tego nie robić. <sup>a</sup>

---

<sup>a</sup>cytat z eMathTeacher: Mamdani's Fuzzy Inference Method



## Reguły rozmyte IF-THEN

IF  $x$  is  $A$  THEN  $y$  is  $B$

IF  $x_1$  is  $A_1$  AND  $x_2$  is  $A_2$  AND ... THEN  $y$  is  $B$

IF  $x_1$  is  $A_1$  OR  $x_2$  is  $A_2$  OR ... THEN  $y$  is  $B$

- ▶  $A$  i  $B$  są to wartości lingwistyczne zdefiniowane jako zbiory rozmyte z uniwersum  $X$  i  $Y$ .
- ▶  $x$  jest zmienną wejściową i  $y$  jest zmienną wyjściową.

## Przykład

Reguła w postaci lingwistycznej:

Jeżeli obsługa w restauracji jest świetna lub jedzenie jest dobre, napiwek będzie hojny.

i odpowiednia dla niej reguła rozmyta:

IF service is excellent OR food is good THEN tip is generous.





- ▶ Znaczenie *is* jest różne w przesłance i w konsekwencji. Przesłanka zwraca wartość między 0 a 1, a konsekwencja przypisuje rozmyty zbiór  $B$  do zmiennej  $y$  i przynależność z przesłanki.
- ▶ Wejście do reguły jest wartością ostrą określoną dla zmiennej wejściowej  $x$  (wartość ta należy do uniwersum).
- ▶ Wyjście z reguły jest zbiorem rozmytym przypisanym do zmiennej  $y$ .
- ▶ Reguła jest wykonywana przez zastosowanie rozmytego operatora implikacji, którego argumentami są zbiory rozmyte z przesłanki. Implikacja tworzy wynik w zbiorze rozmytym.



## Złożona przesłanka

- ▶ IF czas projektu długi AND liczba pracowników duża AND fundusze są nieodpowiednie  
THEN ryzyko duże
- ▶ IF jedzenie dobre OR obsługa miła  
THEN napiwek wysoki

## Wielokrotna konsekwencja

IF temperatura powietrza wysoka  
THEN temperatura wody jest obniżona AND zwiększana jest ilość zimnej wody.

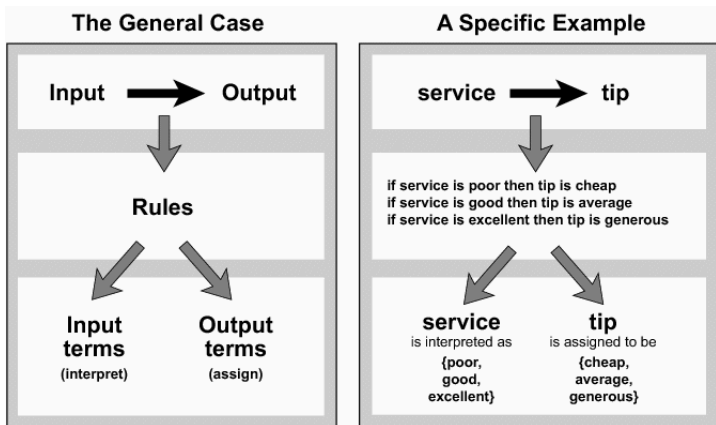


Metoda wnioskowania Mamdaniego jest jedną z najczęściej stosowanych ze względu na swoją prostotę.

Aby zrozumieć jak działa to wnioskowanie posłużymy się przykładem rozważanym w przewodniku do Matlaba a rozwiązującym problem:

## Problem napiwku

Otrzymujemy ocenę jakości serwisu i jedzenia w restauracji daną jako liczba od 0 do 10. Jaki powinien być napiwek? (Zakłada się napiwek w przedziale 0 do 25% wydanej kwoty.)



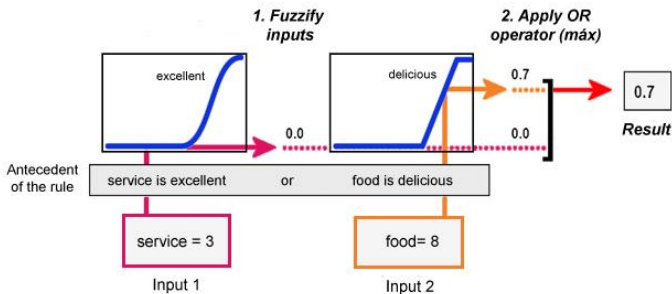
7

<sup>7</sup> <http://www.mathworks.com/help/toolbox/fuzzy/fp59888.html>

# Krok 1: Ocena przesłanki w każdej regule



Biorąc pod uwagę wejścia (wartości ostre) otrzymujemy ich wartości przynależności do odpowiednich zbiorów rozmytych wykorzystywanych w regułach. Proces ten nazywany jest rozmywaniem. Jeżeli przesłanka reguły ma więcej niż jedną część, stosowany jest rozmyty operator (t-normy lub s-normy) zależnie od złożenia AND lub OR. Przykład:



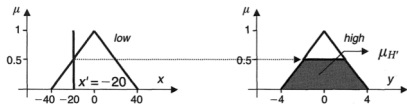
## Krok 2: Uzyskanie wniosku z każdej reguły



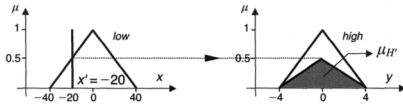
Na podstawie uzyskanej wartości przesłanki (z kroku 1) uzyskuje się rozmytą konsekwencję dla każdej z reguł przez zastosowanie operatora implikacji.

Dwie najczęściej stosowane implikacje to:

- ▶ minimum, który w konsekwencji obcina funkcję przynależności do wartości 1
- ▶ produkt (iloczyn algebraiczny), który skaluje wartość przynależności.

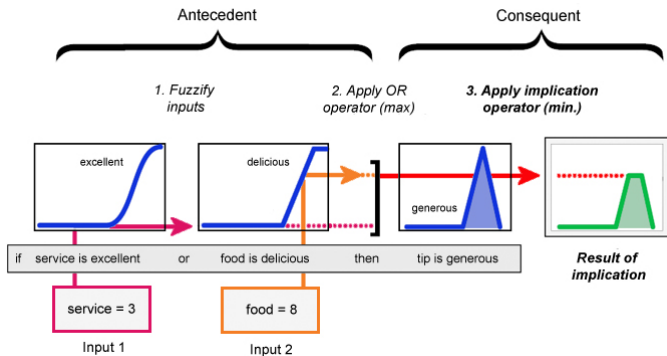


MIN



PROD

# Krok 2: Uzyskanie wniosku z każdej reguły





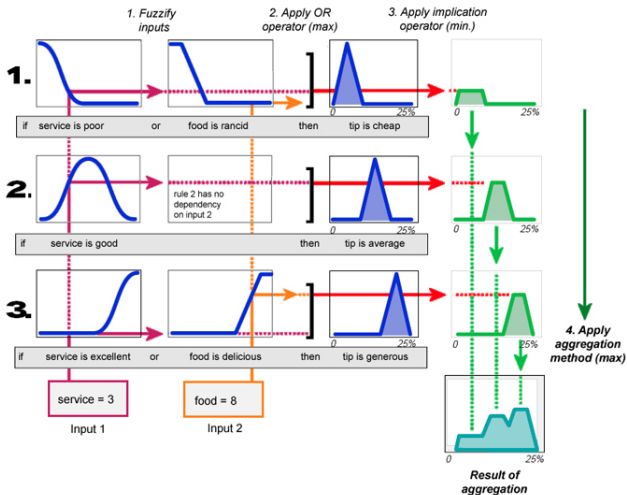
W tym kroku łączy się w jeden zbiór rozmyty za pomocą rozmytych operatorów agregacji wyjścia otrzymane dla każdej reguły w kroku 2.

Niektóre z najczęściej używanych operatorów agregacji to:

- ▶ maksimum
- ▶ suma odcięta
- ▶ suma probabilistyczna.



# Krok 3: Agregacja reguł (wniosków)





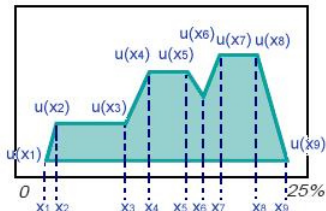
Kiedy staramy się rozwiązać problem decyzyjny najczęściej chcemy uzyskać ostrą wartość, a nie rozmytą. Na przykład, nie chcemy, by system dał odpowiedź „daj hojny napiwek”. Chcemy wiedzieć, ile ten napiwek ma wynosić.

Tak więc, musimy przekształcić rozmyty zbiór wyjściowy. Jedną z najbardziej popularnych metod wyostrzania jest metoda środka ciężkości, która oblicza środek obszaru pod zbiorem rozmytym otrzymanym w kroku 3.



## 5. Defuzzify the aggregate output (centroid)

$$g = \frac{\sum_{i=1}^9 x_i \cdot u(x_i)}{\sum_{i=1}^9 u(x_i)} = 16,7$$



tip= 16,7%

**Result of defuzzification**

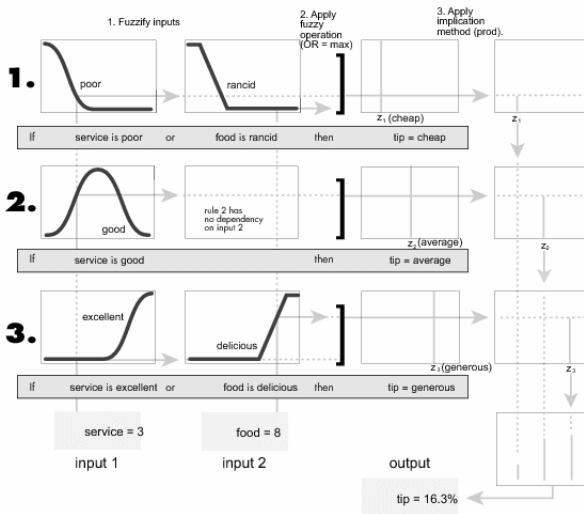


Metoda Mamdaniego jest przydatna, gdy liczba zmiennych jest mała. W przeciwnym razie napotka się następujące trudności:

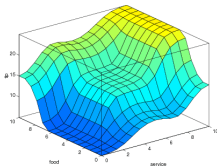
- ▶ Liczba reguł rośnie wykładniczo wraz z liczbą zmiennych w przesłance.
- ▶ Im więcej reguł, tym trudniej ocenić ich dopasowanie do problemu.
- ▶ Jeżeli liczba zmiennych w przesłance jest zbyt duża, trudno będzie zrozumieć relacje między przesłankami i konsekwencjami.

Istnieją inne metody wnioskowania takie jak metoda Sugeno, która inaczej oblicza implikację.

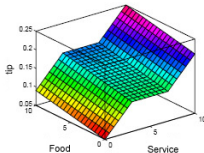
# Metoda Sugeno dla napiwku



## Metoda Sugeno



## Podejście nierozmyte



```
servRatio=0.8;  
  
if service<3,  
    tip=((0.1/3)*service+0.05)*servRatio+  
        + (1-servRatio)*(0.2/10*food+0.05);  
elseif service<7,  
    tip=(0.15)*servRatio+  
        + (1-servRatio)*(0.2/10*food+0.05);  
else  
    tip=((0.1/3)*(service-7)+0.15)*servRatio+  
        + (1-servRatio)*(0.2/10*food+0.05);  
end
```



- ▶ <https://www.mathworks.com/help/fuzzy/building-systems-with-fuzzy-logic-toolbox-software.html>
- ▶ <https://plato.stanford.edu/entries/logic-fuzzy/>
- ▶ S.J. Russel, P. Norvig, Artificial Intelligence. A modern approach.

A decorative graphic consisting of several overlapping, flowing, wavy lines in shades of light blue and white. The lines curve from the top left towards the bottom right, creating a sense of movement and elegance. The background is a soft, light blue gradient.

Dziękuję za uwagę  
Czas na pytania ????